



**Escola de Camins**  
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports  
UPC BARCELONATECH

**ESTUDIO NUMÉRICO DEL EFECTO TAMAÑO  
EN LA CABEZA DE COMPRESIÓN DE VIGAS  
ESBELTAS DE HORMIGÓN ARMADO SIN  
REFUERZO TRANSVERSAL MEDIANTE EL  
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.**

Treball realitzat per:

**Christopher Manuel Vargas Rodriguez**

Dirigit per:

**Dr. Antonio Mari**

**Dra. Eva Oller**

Màster en:

**Ingeniería Estructural y de la Construcción  
(MEEC)**

Barcelona, **Septiembre 2017**

Departament de Ingenieria Civil y Ambiental (DECA).

**TREBALL FINAL DE MÀSTER**

**ESTUDIO NUMÉRICO DEL EFECTO TAMAÑO EN LA CABEZA DE COMPRESIÓN DE  
VIGAS ESBELTAS DE HORMIGÓN ARMADO SIN REFUERZO TRANSVERSAL  
MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.**

## Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecerles a mis tutores Dr. Antonio Mari y Dra. Eva Oller por su confianza en mi persona para llevar a cabo esta investigación, así como su trato y apertura para sacarme de dudas a lo largo de esta tesis.

Por otra parte, al departamento de ingeniería estructural de la UPC, en especial a Noemí Duarte quien con su tiempo valioso me inició en el mundo de los elementos finitos y me dio consejos para el modelado utilizado en esta investigación.

De igual manera, le agradezco a Andrés Santander por batallar conmigo durante el proceso de estudio y por su incansable ética de trabajo.

De forma especial, se le agradece al Ministerio de Economía, Industria y Competitividad (España) por el financiamiento del proyecto titulado “Contribución a la extensión de la vida útil de estructuras de hormigón mediante una adecuada evaluación estructural y su refuerzo con materiales avanzados” (HORVITAL) del cual forma parte este estudio.

Por último, a mi familia quienes siempre me han ofrecido su apoyo incondicional en todas las áreas de mi vida.

## Resumen

En la presente investigación se estudió la incidencia del efecto tamaño en la resistencia propiciada por la cabeza de compresión en vigas esbeltas de hormigón armado sin armadura transversal. Debido a que la contribución de la cabeza de compresión es significativa en el comportamiento global del elemento, es necesario cuantificarla de manera correcta y precisa. De manera simplificada, se idealizó el comportamiento estructural de esta zona como un elemento prismático sometido a un ensayo híbrido de tracción indirecta (HSBT) y se evaluó la variación de la resistencia nominal para diferentes dimensiones de probetas estudiadas.

El estudio numérico se llevó a cabo mediante la aplicación del método de elementos finitos a través del programa MIDAS FEA, en donde se emplearon modelos de fisura discreta como distribuida para la obtención de cargas últimas antes del colapso. Dichos modelos fueron calibrados en una primera instancia mediante resultados experimentales obtenidos en el Laboratorio de Tecnología de Estructuras Lluís Agulló (LTE) de la UPC por Andrés Santander como parte de su TFM titulada “*Estudio experimental del efecto tamaño en probetas prismáticas de hormigón ensayadas a tracción indirecta*”.

Una vez calibrado los modelos numéricos, se obtuvieron curvas características Carga-Apertura de fisura (P-CMOD) para tres series que contemplaban un rango de tamaño de 1:6. Cada una de estas series presentan esbelteces diferentes. En base a estos resultados y la formulación del efecto tamaño de Bažant, se determinó la relación matemática que describe dicho fenómeno para estos elementos.

De igual manera, se estudió la influencia de diferentes parámetros en este efecto como lo son la esbeltez de la pieza ( $\lambda$ ), la resistencia a compresión del hormigón ( $f_c$ ), y el tamaño máximo de árido ( $TMA$ , implementado numéricamente a través de la energía de fractura). Posteriormente, estos resultados fueron comparados con los obtenidos experimentalmente por Andrés Santander en su campaña experimental.

Por último, se evaluó la validez de la formulación propuesta para el efecto tamaño al aplicarla al modelo mecánicos de Mari *et al.* Se analizó la capacidad de predicción en la resistencia última a cortante de vigas esbeltas de hormigón de este modelo modificado ante la base de datos Reineck la cual contiene resultados experimentales de 784 vigas que presentan diferentes tipos de fallos.

## Summary

In the present investigation, the influence of the size effect on the resistance provided by the compression chord in slender reinforced concrete beams without transverse reinforcement was studied.

Because the contribution of the compression chord is significant in the overall behavior of the beam, it is necessary to quantify it correctly and accurately. In a simplified manner, the structural behavior of this area was idealized as a prismatic element subjected to a hybrid indirect tensile test (HBST) and the variation of the nominal stress was evaluated for different dimensions of specimens studied.

The numerical study was carried out by applying the finite element method through the MIDAS FEA program, where discrete and distributed crack models were used to obtain ultimate loads before collapse. These models were first calibrated using experimental results obtained at the UPC's Lluís Agulló Structure Technology Laboratory (LTE) by Andrés Santander as part of his TFM titled "Experimental study of the size-effect on prismatic concrete specimens tested under indirect traction".

Once the numerical models were calibrated, characteristic Load-crack mouth opening (P-CMOD) curves were obtained for three series that contemplated a size range of 1:6. Each of these series presents different slenderness's (1,2 y 4). Based on these results and the formulation of the Bažant size effect, the mathematical relationship that describes this phenomenon for these elements were determined.

Likewise, the influence of different parameters on this effect was studied, such as the slenderness of the piece ( $\lambda$ ), the compressive strength of the concrete ( $f_c$ ), and the maximum aggregate size (TMA, implemented numerically through fracture energy). These results were later compared with those obtained experimentally by Andrés Santander in his experimental campaign.

Finally, the validity of the proposed formulation for the size effect was assessed by applying it to the mechanical model of Mari et al. The predictive capacity of the ultimate shear strength of slender concrete beams of the modified model was analyzed against the Reineck database which contains experimental results from 784 beams with different types of shear failure criteria.

# **INDICE**

Agradecimientos .....	ii
Resumen .....	iii
Summary .....	iv
INDICE DE FIGURAS .....	vii
INDICE DE TABLAS .....	ix
1. ASPECTOS INTRODUCTORIOS .....	10
1.1 Motivación .....	10
1.2 Objetivos.....	12
1.2.1 Objetivo general.....	12
1.2.2 Objetivos específicos .....	12
1.3 Contenido del documento .....	13
2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO.....	14
2.1 Introducción .....	14
2.2 Antecedentes históricos.....	14
2.2.1 Efecto tamaño estadístico.....	15
2.2.2 Efecto tamaño a partir de Weibull .....	16
2.3 Efecto tamaño en materiales cuasifrágiles.....	18
2.4 Efecto tamaño en vigas sometidas a esfuerzos cortante.....	24
2.4.1 Sociedad de Ingenieros Civiles de Japón (JSCE) .....	26
2.4.2 Modelo de Bažant y colaboradores.....	27
2.4.3 Zararis y Papadakis [24] .....	29
2.4.4 Código Modelo Fib 2010 .....	31
2.4.5 Eurocódigo 2 y EHE-08 .....	32
2.4.6 ACI 318-14 Y ACI-446 .....	33
2.4.7 Modelos recientes: Al-Zoubi y Cladera et al.....	34
2.4.8 Comparación entre modelos .....	36
2.5 Efecto tamaño en el ensayo de tracción indirecta (ensayo brasileño) .....	37
2.6 Estudio del efecto tamaño mediante simulaciones numéricas .....	41
2.6.1 Modelo de la fisura cohesiva.....	42
2.6.2 Efecto tamaño y la fisura cohesiva.....	45
2.7 Conclusiones del Estado de Conocimiento .....	47
3. CAMPAÑA NUMÉRICA.....	49
3.1 Introducción .....	49
3.2 Concepción del ensayo híbrido de tracción indirecta (HSBT).....	49

3.3	Relaciones geométricas de las probetas sometidas al ensayo HBST .....	51
3.3.1	Deducción de la altura de la pieza .....	51
3.3.2	Base y espesor de la pieza .....	53
3.4	Geometría de las probetas a ensayar .....	54
3.5	Propiedades mecánicas de los hormigones .....	56
3.6	Modelización numérica .....	57
3.6.1	Método de la fisura cohesiva .....	57
3.6.2	Método de la fisura distribuida .....	62
3.6.3	Control numérico del ensayo y obtención de resultados .....	63
3.7	Simplificaciones del modelo numérico .....	65
3.7.1	Banda de reparto .....	65
3.7.2	Apoyos.....	67
4.	ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.....	68
4.1	Introducción .....	68
4.2	Comparación de resultados experimentales y numéricos .....	69
4.3	Influencia de los parámetros mecánicos $f_c$ , $TMA$ y geométricos ( $h$ , $\lambda$ ) .....	75
4.3.1	Tamaño de la probeta ( $h$ ).....	75
4.3.2	Tamaño máximo del árido ( $TMA$ ).....	77
4.3.3	Resistencia a compresión ( $f_c$ ) .....	79
4.3.4	Esbeltez ( $\lambda$ ) .....	81
4.4	Estudio preliminar del efecto tamaño en los resultados numéricos del ensayo HBST .....	83
4.5	Formulación del efecto tamaño basado en la ley exponencial .....	87
4.6	Formulación del efecto tamaño basado en la mecánica de fractura .....	89
4.7	Aplicación de las formulaciones del efecto tamaño al modelo mecánico de Marí/Cladera. ....	92
5.	CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS.....	96
6.	Bibliografía .....	98

# INDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.1: COLAPSO DEL PUENTE KOROR-BABELDAOB EN LA REPÚBLICA DE PALAU (1996).	11
FIGURA 2.1: A) CADENA CON VARIOS ENLACES DE RESISTENCIA VARIABLE, B) PROBABILIDAD DE FALLO DE UN ELEMENTO PEQUEÑO, C) ESTRUCTURA MICRO FISURADA CON DIFERENTES PROBABILIDADES DE CONVERTIRSE EN CRÍTICA [7]	15
FIGURA 2.2: ZONA DE PROCESO DE FRACTURA Y LIBERACIÓN DE ENERGÍA ALMACENADA (PARTE SOMBRADA)	15
FIGURA 2.3: GRÁFICA CUALITATIVA QUE MUESTRA LA DESVIACIÓN DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES DE LA TEORÍA DE WEIBULL Y LEFM	16
FIGURA 2.4: ESQUEMA REPRESENTATIVO DE LA LEY DE EFECTO (SEL) TAMAÑO PROPUESTA POR BAŽANT [8].	17
FIGURA 2.5: RELACIÓN TENSIÓN-DEFORMACIÓN DE DIFERENTES MATERIALES	18
FIGURA 2.6: A) REPRESENTACIÓN CUALITATIVA DEL EFECTO TAMAÑO. B) ZONAS DE PROCESO PARA ELEMENTOS DE DIFERENTES TAMAÑOS.	20
FIGURA 2.7: VARIOS RESULTADOS EXPERIMENTALES QUE MUESTRAN LA PRESENCIA DEL EFECTO TAMAÑO [12].	22
FIGURA 2.8: ESQUEMAS DE ENSAYOS EN LOS CUALES SE HA VERIFICADO LA PRESENCIA DE EFECTO TAMAÑO [12].	22
FIGURA 2.9: EFECTO TAMAÑO SEGÚN LAS TEORÍAS DE PLASTICIDAD, LEFM Y SEL	23
FIGURA 2.10: REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DE VIGA DE HORMIGÓN ENSAYADA A CORTANTE [19].	24
FIGURA 2.11: RESULTADOS OBTENIDOS POR KANI, BHAL Y OTROS.	25
FIGURA 2.12: EFECTO TAMAÑO SEGÚN LA JSCE (VALORES RELATIVOS)	26
FIGURA 2.13: A) GRÁFICA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR BAŽANT AL APLICAR SU MODELO DE CORTANTE. B) RESULTADOS DENTRO DE UN INTERVALO DE CONFIANZA DEL 90% [21].	28
FIGURA 2.14: A) REPRESENTACIÓN DE LAS RAMAS CRÍTICAS DE FISURA EN VIGAS DE HORMIGÓN. B Y C) SÍMIL ENTRE LAS TENSIONES EN LA CABEZA DE COMPRESIÓN Y ENSAYO BRASILEÑO [24].	29
FIGURA 2.15: RESULTADOS DE LA CAPACIDAD DE PREDICCIÓN DEL MODELO DE ZARARIS Y PAPADAKIS (2001) RESPECTO A DIFERENTES ENSAYOS EXPERIMENTALES [24].	30
FIGURA 2.16: FACTOR DEL EFECTO TAMAÑO SEGÚN CÓDIGO MODELO (VALORES RELATIVOS)	31
FIGURA 2.17: FACTOR DEL EFECTO TAMAÑO EN VALORES RELATIVOS SEGÚN LA EHE-08 Y EC2	32
FIGURA 2.18: RESULTADOS DE LA FORMULACIÓN PROPUESTA POR EL COMITÉ 455 DEL ACI Y SEL [2].	33
FIGURA 2.19: RESULTADOS OBTENIDOS POR AL ZOUBI AL EMPLEAR SU MODELO MECÁNICO [19].	34
FIGURA 2.20: MEDIA Y COVARIANZA PARA DIFERENTES MODELOS MECÁNICOS DE CORTANTE [30].	35
FIGURA 2.21: COMPARACIÓN CUALITATIVAS DE LOS MODELOS MECÁNICOS [2].	36
FIGURA 2.22: EFECTOS TAMAÑOS PROPUESTOS EN LOS MODELOS MECÁNICOS	36
FIGURA 2.23: ESQUEMA DE LAS TENSIONES EN LA CABEZA DE COMPRESIÓN.	37
FIGURA 2.24: RESULTADOS Y TENDENCIAS DEL EFECTO TAMAÑO EN EL ENSAYO BRASILEÑO [31].	38
FIGURA 2.25: VARIACIÓN DE LA RESISTENCIA A TRACCIÓN EN PROBETAS CILÍNDRICAS Y PRISMÁTICAS DE HORMIGÓN [31].	39
FIGURA 2.26: INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD DE CARGA APLICADA EN LA RESISTENCIA A TRACCIÓN ALCANZADA EN PROBETAS PRISMÁTICAS [32].	39
FIGURA 2.27: MECANISMO DE FALLO PLÁSTICO EN EL ENSAYO BRASILEÑO.	40
FIGURA 2.28: HISTOGRAMA DE LOS ENSAYOS REALIZADOS EN VIGAS ESBELTAS DE HORMIGÓN EN FUNCIÓN DEL CANTO DE ESTA [2].	41
FIGURA 2.29: MODOS BÁSICOS DE FRACTURA [34].	42
FIGURA 2.30: REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DE LAS HIPÓTESIS DE LA FISURA COHESIVA.	43
FIGURA 2.31: CURVAS DE REBLANDECIMIENTO PROPUESTA POR VARIOS AUTORES [12].	44
FIGURA 2.32: ELEMENTOS FINITOS Y MUELLES UTILIZADOS PARA LA MODELIZACIÓN DE FALLO EN MODO I.	44
FIGURA 2.33: RESULTADOS EXPERIMENTALES Y PREDICCIONES NUMÉRICAS EN EL ENSAYO BTS [32].	45
FIGURA 2.34: REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DEL ENSAYO A FLEXIÓN. MALLA DE ELEMENTOS FINITOS DEFORMADA. RESULTADOS NUMÉRICOS Y EXPERIMENTALES [39].	45
FIGURA 2.35: ESQUEMA DEL ENSAYO A CORTANTE DE 4 PUNTOS. RESULTADOS NUMÉRICOS Y EXPERIMENTALES. MALLA DE ELEMENTOS FINITOS DEFORMADA [38].	46



FIGURA 2.36: REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DEL ENSAYO A CORTANTE MÁS TENSION. PERFIL DE FRACTURAS EXPERIMENTAL. RESULTADOS NUMÉRICOS Y EXPERIMENTALES. PERFIL DE FRACTURA NUMÉRICO [39].	46
FIGURA 3.1: PROCESO DE CONCEPCIÓN DEL ENSAYO HBST)	50
FIGURA 3.2: ESQUEMA DE LA DEDUCCIÓN DE LA ALTURA DE LA PROBETA	51
FIGURA 3.3: RELACIÓN LONGITUD FISURA CRITICA VS CANTO DE LA VIGA	52
FIGURA 3.4: GEOMETRÍA SIMPLIFICADA DEL ELEMENTO A ENSAYAR	53
FIGURA 3.5: SERIE PROPUESTA POR ANDRÉS SANTANDER Y PARÁMETROS DE ESBELTEZ Y ENTALLA (SERIE A).	54
FIGURA 3.6: GEOMETRÍAS PROPUESTAS PARA SERIE B Y C	55
FIGURA 3.7: PROPAGACIÓN DE LA FISURA EN PROBETAS CON $\lambda = 1$	57
FIGURA 3.8: PROPAGACIÓN DE LA FISURA EN PROBETAS CON $\lambda \geq 2$	58
FIGURA 3.9: ELEMENTO INTERFACE UTILIZADO EN EL MODELADO.	58
FIGURA 3.10: CURVA EXPERIMENTAL P-CMOD Y CURVA DE SOFTENING IMPLEMENTADA EN MIDAS FEA	59
FIGURA 3.11: PENDIENTE INICIALES PARA CURVAS P-CMOD (EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO)	59
FIGURA 3.12: MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN EN RÉGIMEN LINEAL (COMPRESIÓN Y TRACCIÓN)	60
FIGURA 3.13: COMPORTAMIENTO A COMPRESIÓN Y A TRACCIÓN DE LOS ELEMENTOS EN LA ZONA NO LINEAL	60
FIGURA 3.14: ELEMENTO RECTANGULAR UTILIZADO EN EL MODELO.	61
FIGURA 3.15: MALLADO UTILIZADO PARA LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LA FISURA COHESIVA	61
FIGURA 3.16: MODELOS CONSTITUTIVOS DEL HORMIGÓN PARA EL MÉTODO DE LA FISURA DISTRIBUIDA	62
FIGURA 3.17: MALLA UTILIZADA EN EL MÉTODO DE LA FISURA DISTRIBUIDA	63
FIGURA 3.18: ESQUEMA DE INTEGRACIÓN NEWTON-RAPHSON	63
FIGURA 3.19: ESQUEMA INDICATIVO DEL NODO DE CONTROL	64
FIGURA 3.20: GRAFICA P-W Y APERTURA DE FISURA MÉTODO DISCRETO	64
FIGURA 3.21: CONDICIONES DE CONTORNO ENSAYO HBST	65
FIGURA 3.22: MALLADO DE LA PROBETA INCLUYENDO LA BANDA DE REPARTO DE CARGA Y OBTENIENDO ESTA.	66
FIGURA 3.23: CARGAS ULTIMAS ALCANZADA AL UTILIZAR BANDA DE REPARTO Y SIN ESTA PARA PROBETA 100 X 100.	66
FIGURA 3.24: TIPOS DE APOYOS UTILIZADOS EN LA CAMPAÑA EXPERIMENTAL	67
FIGURA 3.25: CONFIGURACIÓN DE APOYOS PARA $\lambda = 1$ Y $\lambda \geq 2$	67
FIGURA 4.1: CURVAS P-W PARA PROBETAS DE 100 X 100 X 100	69
FIGURA 4.2: CURVAS NUMÉRICAS Y EXPERIMENTALES P-W PARA PROBETAS 150 X 150 (IZQUIERDA) Y 150 X 300 (DERECHA)	70
FIGURA 4.3: CURVAS NUMÉRICAS Y EXPERIMENTALES P-W PARA PROBETAS DE 100 X 400 (IZQUIERDA) Y 150 X 600 (DERECHA).	71
FIGURA 4.4: PROPAGACIÓN DE FISURA EN PROBETAS CON $\lambda = 1$ .	73
FIGURA 4.5: PROPAGACIÓN DE FISURA EN PROBETAS CON $\lambda \geq 2$ .	73
FIGURA 4.6: INFLUENCIA DEL TAMAÑO DE LA PROBETA ( $h$ )	76
FIGURA 4.7: INFLUENCIA DEL TAMAÑO MÁXIMO DEL ÁRIDO (TMA)	78
FIGURA 4.8: INFLUENCIA DE LA RESISTENCIA A COMPRESIÓN $f_c$	80
FIGURA 4.9: INFLUENCIA DE LA ESBELTEZ $\lambda$	82
FIGURA 4.10: PARÁMETROS QUE INTERVIENEN EN LA CARGA ADIMENSIONAL	83
FIGURA 4.11: REPRESENTACIÓN DE LAS TENSIONES NOMINALES DE LA SERIE A Y TENDENCIA EXPONENCIAL	84
FIGURA 4.12: TENDENCIAS DEL EFECTO TAMAÑO PARA LAS SERIES B Y C	86
FIGURA 4.13: REGRESIÓN LINEAL DE RESULTADOS NUMÉRICOS (SERIE B)	90
FIGURA 4.14: PREDICCIÓN DE LOS DIFERENTES MODELOS MECÁNICOS	95

## INDICE DE TABLAS

TABLA 3-1: DIMENSIONES MÁXIMAS Y MÍNIMAS TEÓRICAS DE LOS ELEMENTOS SOMETIDOS AL ENSAYO HBST	53
TABLA 3-2: PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS HORMIGONES	56
TABLA 4-1: COMPARACIÓN DE RESULTADOS EXPERIMENTALES, DCA Y SCA	74
TABLA 4-2: ERRORES RELATIVOS AL APLICAR DCA Y SCA	74
TABLA 4-3: RESUMEN DE DATOS PARA EL CÁLCULO DE LA TENSIÓN NOMINAL (SERIE A)	84
TABLA 4-4: RESULTADOS NUMÉRICOS PARA LA OBTENCIÓN DE LA TENSIÓN NOMINAL (SERIES B Y C)	86
TABLA 4-5: RESULTADOS NUMÉRICOS Y REGRESIÓN LINEAL	90
TABLA 4-6: REPRESENTACIÓN DE LOS DIFERENTES EFECTOS TAMAÑOS	92
TABLA 4-7: CUADRO DE RESUMEN DEL DESEMPEÑO DE LOS MODELOS MECÁNICOS	93

# 1. ASPECTOS INTRODUCTORIOS

## 1.1 Motivación

El hormigón como material cuasifrágil presenta un marcado efecto tamaño. Esto implica que la resistencia nominal de estructuras geoméricamente similares de este experimenta una variación a medida en que su tamaño (por ejemplo, el canto de la viga) aumenta o disminuye [1].

Según la teoría de la elasticidad, bajo la cual muchos de los códigos de diseño están basados (así como sus formulaciones para tratar diferentes mecanismos de colapso), esta variación no se toma en cuenta (ACI 318-14) y en caso de que se haga se realiza por formulaciones semi-empíricas ajustadas a partir de análisis estadísticos de bases de datos especializadas. Por tanto, carecen de validez teórica (EC2, EHE-08 y FIB-MC-2010) [2].

El riesgo de adoptar modelos mecánicos que no son capaces de captar adecuadamente el efecto tamaño queda claramente evidenciado en los fallos por cortante de estructuras importantes de hormigón que se registraron durante todo el siglo XX [3]. Debido a que los mecanismos de fallos que gobiernan este tipo de colapso son más complejos que los de flexión, era necesario realizar simplificaciones de manera tal que se obtuvieran expresiones sencillas para la evaluación de las resistencias de dichas estructuras. Una de estas fue la influencia del efecto tamaño.

Como consecuencia de lo expuesto anteriormente, se produjeron los colapsos de las presas San Francis en 1928 (Estados Unidos) y Malpasset en 1959 (Francia). Otra catástrofe producida por la presencia del efecto tamaño fue la del derrumbamiento de un hangar de la fuerza aérea de Estados Unidos (Shelby, Ohio) en 1955. Este último suceso conllevó a que a los investigadores de la época realizarán numerosas campañas experimentales para estudiar este fenómeno, produciéndose un mejor entendimiento de los fallos debido a solicitaciones tangenciales en vigas esbeltas de hormigón armado y la incidencia del efecto tamaño sobre estas [4].

A pesar de ello, para la década del 1990 todavía no se había llegado a un consenso en la comunidad científica sobre la correcta cuantificación de este, llegando incluso a mantenerse la filosofía de obviarlo en el diseño de varias estructuras. Es por esta última razón, que los siniestros del hundimiento de la plataforma de gas Sleipner en Noruega (1991) y el fallo del puente Koror-Babeldaob en la República de Palau (1996) (*ver figura 1.1*) se le atribuyen al fenómeno ya conocido [5].

Sin embargo, los colapsos antes mencionados pueden ser evitados ya que hoy en día la mecánica de fractura es capaz de describir el comportamiento de materiales como el hormigón de manera satisfactoria. Por tanto, la determinación de modelos mecánicos rigurosos desde el punto de vista físico como el de la seguridad estructural es una necesidad que todo código o teoría moderna que pretende explicar un mecanismo de colapso debe poseer.



*Figura 1.1: Colapso del puente Koror-Babeldaob en la República de Palau (1996).*

En vista de que como ingenieros cada día más estamos creando estructuras de mayor envergadura las cuales presuponen soluciones de mayores cantos y compaginado esto con la cultura innegable del hormigón en el mundo de la construcción, es de vital importancia estudiar y comprender en profundidad el comportamiento de este material para proponer teorías precisas pero que a su vez sean de fácil implementación para el ingeniero estructural.

Una manera de realizar estos estudios es llevando a cabo campañas virtuales mediante el uso de simulaciones numéricas. Esta herramienta que nos ofrece el mundo de los elementos finitos es de suma importancia para el estudio del efecto tamaño debido a que permite ensayar elementos de tamaños considerable, dotando de esta manera al investigador la capacidad de extrapolar los resultados obtenidos experimentalmente en piezas más pequeñas.

Dicho esto, se plantea la interrogante de la posibilidad de arrojar un poco de luz sobre la problemática del efecto tamaño relacionado al fallo por cortante en vigas de hormigón armado sin armadura transversal haciendo un enfoque especial en el aporte a la resistencia última por parte de la cabeza de compresión del elemento mediante simulaciones numéricas.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo general

Proponer una formulación del efecto tamaño que afecta la resistencia proporcionada por la cabeza de compresión en vigas esbeltas de hormigón armado sin refuerzo transversal mediante simulaciones con elementos finitos de un ensayo a tracción indirecta híbrido (HSBT) en probetas prismáticas de hormigón.

### 1.2.2 Objetivos específicos

1. Seleccionar un modelo numérico adecuado para representar el correcto comportamiento del hormigón ante el ensayo híbrido de tracción indirecta, así como la propagación de las fisuras en este.
2. Determinar teóricamente los parámetros que afectan al tamaño de la cabeza de compresión ( $h_0$ ) y su relación con el canto de las vigas de hormigón ( $d$ ) para formular ley de efecto tamaño.
3. Estudiar la influencia de la resistencia a compresión ( $f_c$ ), tamaño de la probeta ( $h_0$ ) y tamaño máximo de árido ( $TMA$ ) en la carga última alcanzada en el ensayo híbrido de tracción indirecta.
4. Comprobar la aplicación de la ley de efecto tamaño formulada al evaluarla en diferentes modelos de cortante y base de datos de hormigón armado.

### 1.3 Contenido del documento

El cuerpo de este documento se divide en cinco capítulos los cuales proveerán al lector de un entendimiento total del tema tratado.

En el primer capítulo, como aspectos introductorios, se esbozan cual es la motivación y la razón por la cual se ve la necesidad de realizar esta investigación. De igual manera se presentan los objetivos tanto generales como específicos que esta tesis pretende lograr.

El segundo capítulo, muestra la recopilación del estado del conocimiento. De manera compresiva, se hace un recorrido histórico desde las primeras formulaciones simplificadas de este problema hasta análisis más complejos y rigurosos desde el punto de vista físico-mecánico. Por otra parte, se presenta los aspectos relacionados a la implementación numérica del problema tratado, así como los modelos actualmente disponibles para la simulación de fracturas en el hormigón.

En el tercer capítulo se describe la campaña numérica propuesta. En una primera instancia se explica las razones del porqué del ensayo realizado y se determinan las propiedades geométricas como mecánicas sobre las cuales se realizarán las simulaciones. Luego, se plantea la calibración de los modelos propuestos mediante comparación con resultados experimentales y se obtienen las relaciones que describen el comportamiento de los elementos interfaces que simulan la propagación de la fisura. Luego, se procede a realizar la campaña numérica y se extraen los resultados pertinentes, en específicos curvas carga-apertura de fisura (P-CMOD) para cada una de las probetas ensayadas.

El cuarto capítulo se enfoca en el análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la sección anterior. Se estudia la influencia de diferentes parámetros en la resistencia nominal de las probetas. Dichos parámetros son la altura de la probeta ( $h_0$ ), la esbeltez ( $\lambda$ ), la resistencia a compresión del hormigón ( $f_c$ ) y el tamaño máximo del árido (TMA) en función de la energía de fractura ( $G_f$ ) que presenta la pieza ensayada. Con estos resultados, se determina una formulación que describa el comportamiento del efecto tamaño en la cabeza de compresión del hormigón armado y se estudia la validez de esta al aplicarla a ecuaciones que gobiernan el fallo por compresión diagonal en vigas esbeltas. Finalmente, en el quinto capítulo se presentan las conclusiones alcanzadas durante la investigación, así como recomendaciones para futuras investigaciones para comprender de manera más certera el comportamiento del hormigón ante este tipo de fallos frágiles.

## 2. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

### 2.1 Introducción

El capítulo actual tiene como finalidad presentar de manera general el estado de conocimiento que se tiene sobre el tema que se trata en esta tesis. En primer lugar, se pretende dar un contexto histórico a la problemática tratada para luego enfocarnos en los aspectos más técnicos.

Los aspectos técnicos se abordarán en dos frentes. Una primera parte se concentrará en las formulaciones teóricas como los resultados obtenidos experimentalmente del efecto tamaño, mientras que la segunda versará sobre la aplicación de simulaciones numéricas, en especial el método de elementos finitos, en la determinación de este efecto y los últimos hallazgos en esta materia pertinente al tema.

Por último, se hace una recopilación de las teorías actuales que predicen la resistencia a cortante del hormigón para de esta manera ver como normativas y formulaciones vigentes toman en consideración esta problemática.

### 2.2 Antecedentes históricos

El efecto tamaño es un fenómeno que ha ocupado las mentes de importantes investigadores a través de los años. Visto en un principio como un problema de escala, dicho tema ha jugado un rol preponderante en las ciencias físicas y de las ingenierías como lo son la mecánica de fluidos y sólidos. Entre los principales personajes que estudiaron de alguna manera este fenómeno se encuentran Leonardo Da Vinci (1500), Galileo Galilei (1638), Edme Mariotte (1686) y Thomas Young (1807). De esta manera, hasta la segunda década del siglo XX existían tres corrientes que explicaban la incidencia negativa del tamaño de un elemento en su resistencia nominal. Estas se pueden resumir en [6]:

- No existe tal efecto.
- Es de tipo probabilístico. Depende de las imperfecciones en el elemento (*figura 2.1 c*).
- Es proporcional al tamaño del elemento.

### 2.2.1 Efecto tamaño estadístico

La teoría estadística del efecto tamaño comienza a cobrar importancia en la década de 1920 cuando al aplicar conceptos de mecánica de fractura, Griffith observa que: *“La debilidad de los sólidos isótropos se debe a la presencia de discontinuidades o fallas en estos”*. Con esta afirmación, sienta las bases físico-mecánica de esta teoría. A partir de los estudios de Griffith, comienza a generarse un gran volumen investigaciones en este tema. Solo cinco años después, Pierce (1926) formula el modelo del *“eslabón débil para una cadena”* (figura 2.1 a) e introduce el concepto del valor extremo estadístico lo que conllevó a que Weibull (1939) proponga una ley exponencial para la distribución del valor extremo de la resistencia (figura 2.1 b) [7].

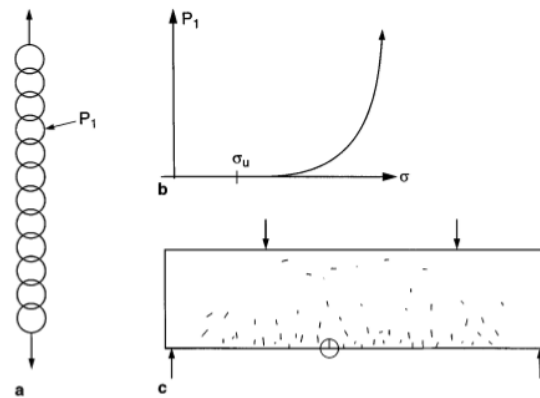


Figura 2.1: a) Cadena con varios enlaces de resistencia variable, b) Probabilidad de fallo de un elemento pequeño, c) Estructura micro fisurada con diferentes probabilidades de convertirse en crítica [7]

La teoría de Weibull se basa en la hipótesis de que la estructura falla tan pronto como un pequeño elemento del material alcanza el límite de resistencia y el límite de esta es aleatorio. Sin embargo, estas asunciones no son aplicables a los materiales cuasifrágiles ya que estos presentan un crecimiento estable de la zona de fisura acompañado de liberación de energía considerable almacenada (figura 2.2). Por esta razón, en la década del 1960, se inicia el estudio del efecto tamaño desde un punto determinista [8].

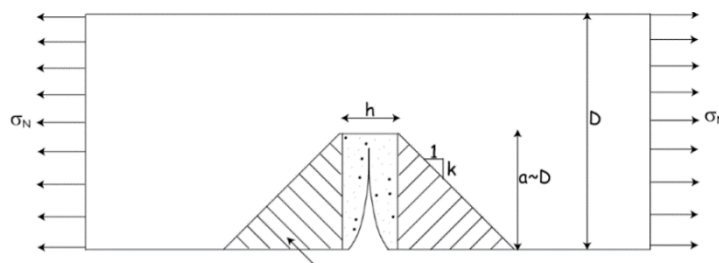


Figura 2.2: Zona de proceso de fractura y liberación de energía almacenada (parte sombreada)



## 2.2.2 Efecto tamaño a partir de Weibull

Debido a que el hormigón es el material cuasifrágil más utilizado, las investigaciones realizadas sobre este significaron el descubrimiento de un nuevo efecto tamaño que complementaba la explicación ofrecida por Weibull.

El estudio del efecto tamaño determinista cobra importancia en 1971 cuando un grupo de investigadores liderados por Kesler, Naus y Lott, inspirados por el trabajo realizado por Kaplan (1961), determinaron que la teoría lineal elástica de mecánica de fractura (LEFM por sus siglas en inglés) la cual estudiaba las grietas como fallas de infinitesimal espesor no era aplicable al hormigón [6].

En 1976 Walsh estudió probetas con entallas geoméricamente similares de diferentes tamaños de hormigón. Con los resultados obtenidos produjo gráficas de resistencia nominal versus tamaño en una escala bilogarítmicas. De estas gráficas (*figura 2.3*) concluyó que al observarse una desviación de una pendiente de  $-1/2$  en los resultados experimentales, la teoría lineal elástica de mecánica de fractura no era capaz de describir el efecto tamaño suscitado en el hormigón, validando de esta manera las afirmaciones realizadas anteriormente por Kesler *et al* [7].

En este mismo año, Hillerborg y su equipo de trabajo introducen la formulación teórica del modelo de fisura ficticia o cohesiva. Basado en esto y en trabajos anteriores realizados por Dugdale (1960), Barenblatt (1962) entre otros, demuestran por un análisis de elementos finitos que el fallo de vigas de hormigón sin entallas sometidas a un ensayo flexión presentan un efecto tamaño diferente al predicho por la teoría estadística de Weibull (*figura 2.3*) [9].

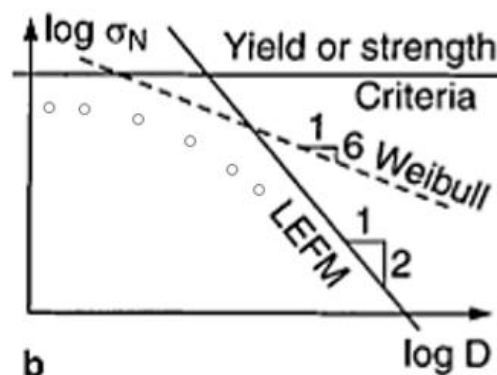


Figura 2.3: Gráfica cualitativa que muestra la desviación de los resultados experimentales de la teoría de Weibull y LEFM

Luego, en la década de 1980, Bažant (1983 y 1984) propone una fórmula simple que describe el efecto tamaño en la resistencia nominal de estructuras de materiales cuasifrágiles. También introduce su modelo de banda de fisura o fisura distribuida la cual permite una implementación más sencilla a los códigos de elementos finitos. [7].

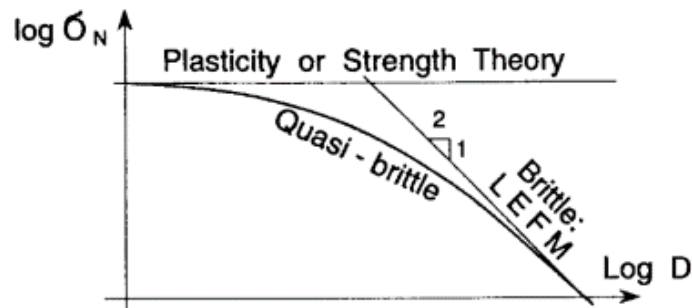


Figura 2.4: Esquema representativo de la Ley de efecto (SEL) tamaño propuesta por Bažant [8].

A partir de esta época, el interés en el efecto tamaño en materiales cuasifrágiles es difundida a través de una multitud de investigadores produciéndose avances significativos en la parametrización de características o propiedades de fracturas (energía de fractura, tamaño característico, etc.), así como en los procedimientos estandarizados para obtener estas [10].

Finalmente, a principio de la década de 1990 Carpintieri y su equipo introducen una nueva óptica al estudio del efecto tamaño. Proponen que la diferencia de las características fractales en la fisuras y micro-fisuras en diferentes escalas de observación son la fuente principal del efecto tamaño en el hormigón [7].

De esta manera, se observa que en la actualidad existen tres teorías básicas de escala que tratan de explicar algún tipo de efecto tamaño. A modo de síntesis estas son:

- La teoría de estadística de resistencia al azar propuesta por Weibull en 1939.
- La teoría de redistribución de esfuerzo y energía de fractura liberada por grandes fisuras (visión determinista) propuesta por Bažant en 1984.
- La teoría de la fisura fractal propuesta por Carpintieri.

En la presente TFM nos enfocaremos en la segunda teoría ya que es la más difundida y aceptada en el mundo del hormigón.

### 2.3 Efecto tamaño en materiales cuasifrágiles

Como se mencionó en la sección anterior, el hormigón es un material que se puede clasificar como cuasifrágil. Esto quiere decir que al momento en que alcance el esfuerzo máximo que puede resistir, dicho punto experimentará un reblandecimiento lo que le permite seguir deformándose a un menor nivel de carga. Este tipo de comportamiento estructural, el cual es diferente al frágil o dúctil, conlleva a un marcado efecto tamaño [11].

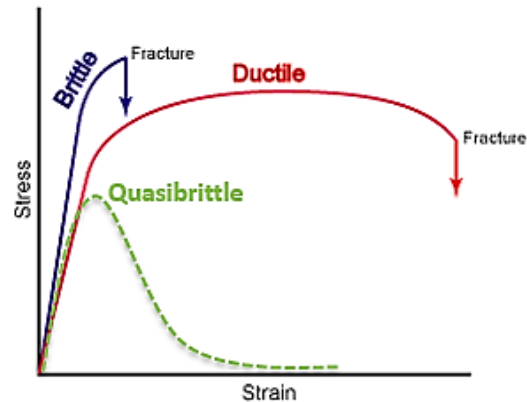


Figura 2.5: Relación tensión-deformación de diferentes materiales

De acuerdo con Bažant y Planas [12] existen 6 tipos de efectos tamaños que pueden afectar al hormigón. Estos son producidos por:

- El efecto pared.
- El fenómeno de difusión.
- Calor de hidratación y otros procesos químicos.
- La distribución al alzar de la resistencia del material.
- La naturaleza fractal de las superficies de las fisuras.
- La liberación de energía almacenada a través de la fisura y redistribución de esfuerzos.

De estos, el que afecta en mayor magnitud a la respuesta estructural de este material es el último el cual se conoce como el efecto tamaño de mecánica de fractura. La razón principal por la que sucede esto es que los tres primeros fenómenos se pueden contrarrestar si las estructuras analizadas son geoméricamente similares en dos dimensiones (mantienen el mismo espesor) y porque tanto el efecto tamaño estadístico como el fractal son despreciable frente al mecánico [6].

En vista del rol preponderante que juega el efecto tamaño predicho por la mecánica de fractura en la respuesta estructural de los miembros de hormigón ante diferentes tipos de esfuerzos, es necesario tener una idea general de cómo se puede estudiar este fenómeno.

La manera más sencilla de definir el efecto tamaño es como la dependencia de la resistencia de un elemento estructural y el aumento de su fragilidad con el aumento de su tamaño [1]. La resistencia se evalúa como un esfuerzo nominal (ficticio) que representa un parámetro de carga relacionado a la sección transversal del elemento. De esta manera se obtienen las siguientes expresiones:

$$\sigma_N = C_N \frac{P}{bD} \quad \text{Para estructuras geoméricamente similares en 2 dimensiones.} \quad (2.1)$$

$$\sigma_N = C_N \frac{P}{D^2} \quad \text{Para estructuras geoméricamente similares en 3 dimensiones.} \quad (2.2)$$

Donde:

- $\sigma_N$ : Resistencia nominal.
- $C_N$ : Coeficiente de conveniencia
- $P$ : Carga aplicada.
- $b$ : Espesor del elemento ensayado.
- $D$ : Dimensión característica (tamaño) de la estructura. Elegida arbitrariamente.

Si se representa gráficamente la relación anterior del esfuerzo nominal último respecto al tamaño característico para diferentes elementos geoméricamente similares, se obtendría (cualitativamente) una disminución de la resistencia nominal a medida que el tamaño aumenta (*figura 2.6 a*). Esto implica el efecto adverso que genera el tamaño en la respuesta estructural última y por tanto el efecto tamaño.

La explicación física-mecánica de este fenómeno se basa en la liberación de energía que se genera en el medio continuo a través de la fisura, lo que es conocido como la zona de proceso de fractura (FPZ por sus siglas en inglés).

El proceso de fractura se comprende si nos imaginamos un panel sometido a un estado tensional uniforme con una banda de fisura en uno de sus laterales o una fisura concentrada en una línea (figura 2.6 b). Se puede demostrar en términos energéticos que la carga requerida para desarrollar la fisura corresponde a un balance energético entre la energía disponible y la requerida para la extensión de la falla.

Al imponer esta condición y teniendo en cuenta que la presencia de la fisura produce una disminución en la energía de deformación desde la parte afectada a la intacta, se llega a la conclusión de que si los mecanismos de colapsos son similares para paneles de diferentes tamaños entonces la liberación de energía a través de la fisura (sea conceptualizada como una banda o una línea) en el elemento de mayor tamaño es de mayor magnitud [13].

En esta simple explicación se encuentra el mecanismo que produce el efecto tamaño en los materiales cuasifrágiles.

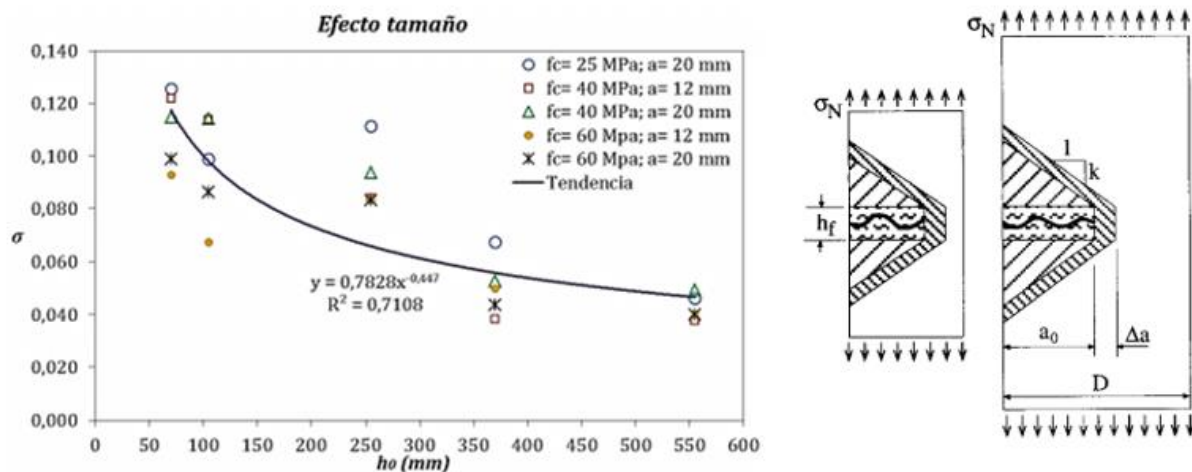


Figura 2.6: a) Representación cualitativa del efecto tamaño. b) Zonas de proceso para elementos de diferentes tamaños.

Utilizando argumentos similares a los anteriores, Bažant propone una formulación teórica general que es capaz de manera sencilla describir el efecto tamaño al realizar un análisis dimensional basado en las siguientes hipótesis [14]:

- La propagación de la fractura o de la banda de fisura requiere una demanda de energía constante (denominada energía de fractura) por unidad de área del plano de fractura.
- La energía liberada por la estructura debido a la extensión de la fractura es función de la longitud de la fractura y del tamaño de la zona de proceso de fractura.
- Los modos de falla son geoméricamente similares para estructuras de diferentes tamaños.
- La estructura no falla al inicio de la fractura.

De esta manera obtiene la siguiente expresión:

$$\sigma_{Nu} = \frac{B f_t}{\sqrt{1 + D/D_0}} \quad (2.3)$$

Donde:

- $\sigma_{Nu}$ : Resistencia nominal última.
- $B$  y  $D_0$ : Constantes que depende de las propiedades de fractura del material y de la geometría del elemento.
- $f_t$ : Resistencia a tracción. Utilizada para dotar de unidades a la formula.
- $D$ : Dimensión característica (tamaño) de la estructura. Elegida arbitrariamente.

A pesar de ser la expresión más simplificada que permite explicar el fenómeno del efecto tamaño, es una ecuación muy versátil ya que es aplicable a estructuras dentro de un rango de tamaño de 1 a 20, lo que significa una gran proporción del universo de estructuras existentes. Para estructuras más grandes dicha formulación no se puede utilizar porque las hipótesis asumidas no son válidas para estos tamaños [15].

La fórmula de Bazant denominada la ley del efecto tamaño (SEL por sus siglas en inglés) ha sido verificada mediante una gran cantidad de ensayos experimentales tanto en estructuras con entallas (simulando fracturas existentes) como sin estas. Los resultados teóricos han demostrado estrecha relación a los obtenidos experimentalmente (*figura 2.7*) [16]. Algunos de los ensayos llevado a cabo en estructuras sin entallas son el punzonamiento en losas, doble punzonamiento, torsión y cortante diagonal en vigas de hormigón. Por su parte, en estructuras con entallas se ha capturado este fenómeno en ensayos a flexión, compresión excéntrica, tracción excéntrica y en cortante (*figura 2.8*) [12].

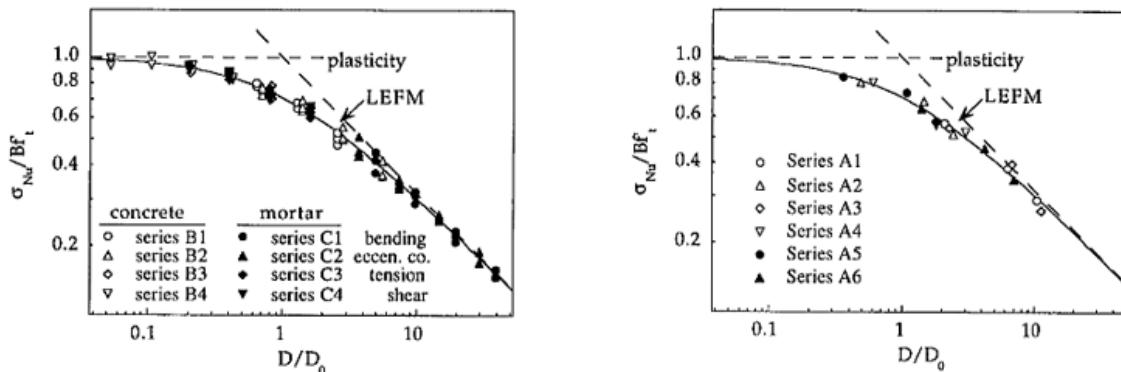


Figura 2.7: Varios resultados experimentales que muestran la presencia del efecto tamaño [12].

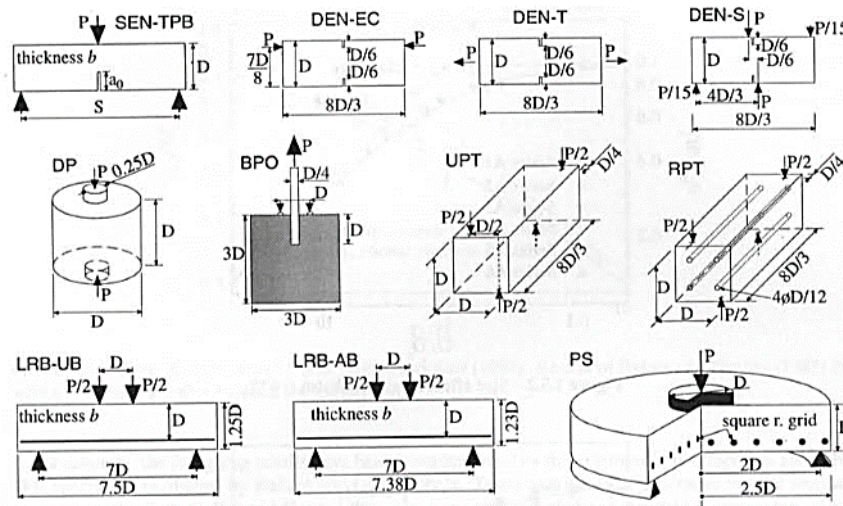


Figura 2.8: Esquemas de ensayos en los cuales se ha verificado la presencia de efecto tamaño [12].

Se puede apreciar que en la *figura 2.7*, los resultados son representados en escalas bilogarítmicas debido a que de esta manera es más fácil observar el efecto tamaño y obtener información importante sobre el comportamiento del material.

La característica principal en dichas gráficas es la desviación de los resultados experimentales tanto de los valores que predicen la teoría de la plasticidad o de resistencias últimas (utilizada en la mayoría de códigos modernos como el ACI-318-14, EHE-08, IBC, etc.) como los de la teoría de la mecánica de fractura elástica lineal (LEFM).

En el caso de la teoría de la plasticidad, al graficar en escala logarítmica, el resultado esperado de la resistencia nominal debería ser un valor constante que se normaliza comúnmente a la unidad mientras que el LEFM predice que los valores de las resistencias nominales deben presentar una pendiente de  $-1/2$  con relación al aumento del tamaño. Ambas teorías presentan en realidad valores asintóticos a los observados experimentalmente y la ley del efecto tamaño representa una formulación bastante certera del carácter transitorio de los materiales cuasifrágiles como es el caso del hormigón (*figura 2.9*).

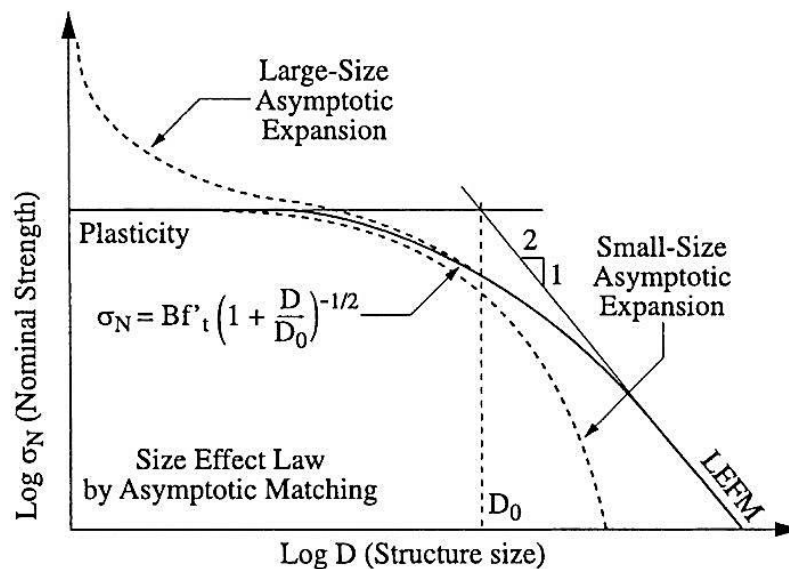


Figura 2.9: Efecto tamaño según las teorías de plasticidad, LEFM y SEL



## 2.4 Efecto tamaño en vigas sometidas a esfuerzos cortante

Los mecanismos de colapso que gobiernan al fallo de vigas de hormigón armado sometidas a esfuerzo cortante han sido durante mucho tiempo, en el ámbito de la ingeniería civil, un tema que ha generado un número significativo de investigaciones y modelos mecánicos que tratan de explicar la naturaleza del mismo. Debido a la complejidad de este problema, las teorías que intentan describir este tipo de respuestas tienen que asumir simplificaciones matemáticas que permitan por un lado la fácil implementación de las formulaciones propuestas por parte de los ingenieros estructurales y por el otro garantizar un nivel de seguridad estructural aceptable al elemento proyectado [17]

De manera general, en el caso de vigas de hormigón armado sin refuerzo transversal se pueden observar diferentes tipos de fallos que se manifiestan dependiendo de la ratio de la luz de cortante/canto de la viga ( $a/d$ ) (figura 2.10). Entre los fallos registrados se encuentran aquellos producidos por flexión pura, cortante (fisuras diagonales), flexión y cortante, compresión excesiva en el alma y por deslizamiento de las barras de refuerzo [18]. Si la relación  $a/d$  es mayor a 6 el mecanismo es generado por la flexión mientras que si es menor la falla se inicia por la formación de fisuras diagonales producidas por tracción en la zona de cortante (denominados fallos por cortante). En el rango de  $2.5 < a/d < 6$  las fisuras diagonales se generan cuando la cabeza de compresión de la viga alcanza su resistencia a tracción indirecta [19].

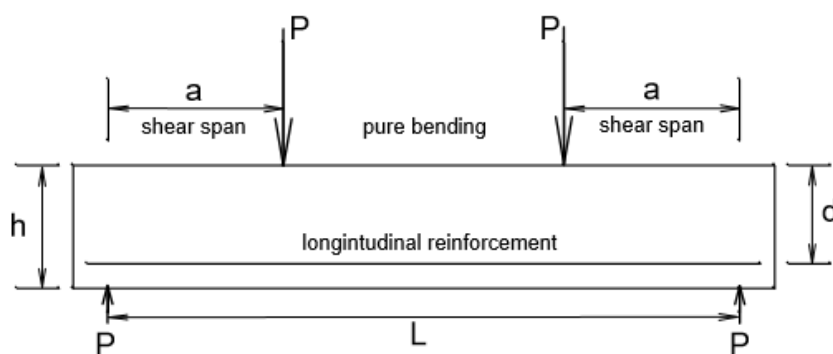


Figura 2.10: Representación esquemática de viga de hormigón ensayada a cortante [19].

Las fallas debido a cortante en los materiales cuasifrágiles y en el hormigón conllevan a una evolución progresiva del daño distribuido hasta que eventualmente todo este se localiza y genera la fractura [17]. Como ya se ha mencionado anteriormente, este fenómeno (distribución y disipación de energía en la zona de proceso de fractura) es lo que da paso al efecto tamaño de origen mecánico.

Esto queda evidenciado experimentalmente en los ensayos realizados por varios investigadores en el paso de los últimos 50 años entre los que se puede citar los trabajos de Leonhardt y Walther (1962), Kani (1967), Bhal (1968), Taylor (1972), Collins y Kuchma (1999), entre otros (figura 2.11) [11].

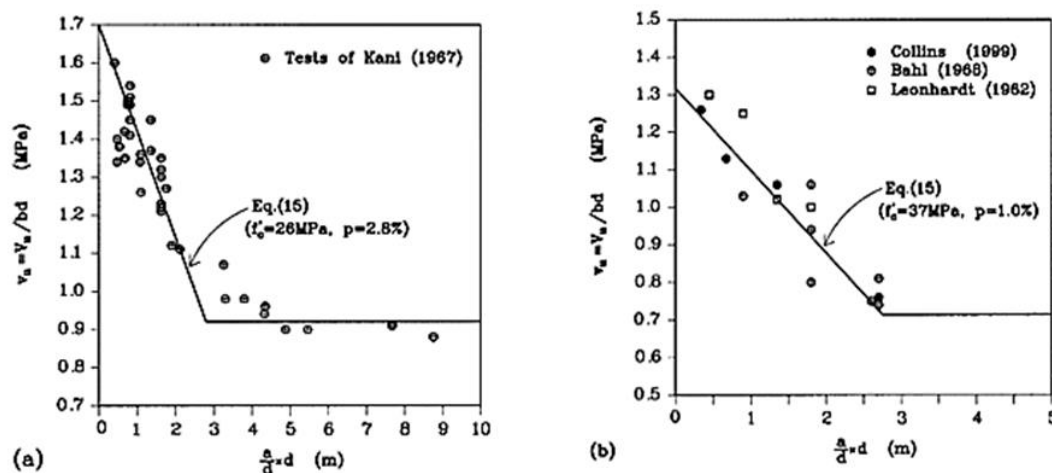


Figura 2.11: Resultados obtenidos por Kani, Bhal y otros.

A pesar de que ya era bien conocido que tenía que existir algún tipo de efecto tamaño en las fallas producidas por cortante en vigas de hormigón reforzado, el enfoque clásico que se aplicaba para el diseño estructural de estos elementos se basaba en las siguientes visiones que no eran capaces de tomar en cuenta este fenómeno [17].

- Formulación de ecuaciones empíricas o semi-empíricas basadas en el concepto de resistencia última del material y soportadas por extensas bases de datos. Tal es el caso de la mayoría de los códigos propuestos en la década de los 90 como por ejemplo ACI 318-99, EC2-1992 y CEB-FIB-1990).
- Formulaciones basadas en la teoría de la plasticidad o resistencias últimas.

Sin embargo, debido a la gran dispersión que se producía en la capacidad de predecir las respuestas últimas frente a solicitaciones de cortante en los modelos de la época, se vio la necesidad de incluir factores que tomaran en consideración la disminución de la resistencia nominal a cortante al aumentar los cantos de las vigas. A continuación, se muestra algunas de las filosofías utilizadas para tomar en cuenta este factor en el diseño estructural de vigas de hormigón.

### 2.4.1 Sociedad de Ingenieros Civiles de Japón (JSCE)

Un primer intento por parte de los códigos internacionales que rigen el diseño estructural de elementos de hormigón armado de incluir en sus formulaciones el efecto tamaño se realiza por parte de la Sociedad de Ingenieros Civiles de Japón (JSCE por sus siglas en ingles). Estos, a principio de la década de 1980, introducen en su modelo el efecto tamaño del tipo probabilístico o de Weibull ya que era el único conocido en la época [2]. De esta manera proponen el siguiente factor:

$$\xi_{JSCE} = \left( \frac{d_0}{d} \right)^n \quad (2.4)$$

Donde:

- $d_0$ : Constante experimental que puede ser tomada como 1 m.
- $d$ : Canto efectivo de la viga.
- $n$ : Módulo de Weibull. Para hormigón este tiene una magnitud de  $\frac{1}{4}$  aunque reciente investigaciones y calibraciones indican que su valor es de  $1/12$ .

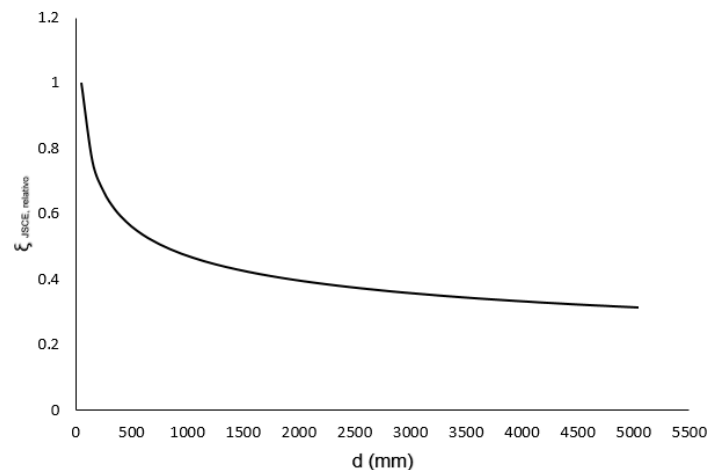


Figura 2.12: Efecto tamaño según la JSCE (valores relativos)

### 2.4.2 Modelo de Bažant y colaboradores

En la segunda mitad de la década de los 80, Bažant y Kim (1984) deciden aplicar la mecánica de fractura al problema de las fallas por cortante en vigas de hormigón. Con el desarrollo de su ley del efecto tamaño, propone un modelo mecánico que es calibrado con las bases de datos existente de ensayos pertinentes (*figura 2.13 a*). Mediante este, es capaz de predecir respuestas últimas con una mayor precisión que la de los códigos existentes como el ACI 318-77 y el código modelo del 1978 del CEB-FIB [20].

Luego, Bažant y Sun (1986), mejoran la ecuación propuesta con anterioridad al estudiar la influencia del tamaño de los agregados de la mezcla de hormigón y el efecto de los estribos en la mitigación del efecto tamaño [21] [22].

Por último, Bažant y Kazemi (1991), estudian experimentalmente el fallo por cortante diagonal en vigas esbeltas de hormigón. Llevan a cabo ensayos en vigas de hormigón, geométricamente similares con un rango de tamaño de 1:6. Evitan de esta manera diferentes tipos de incertidumbres existentes en otros resultados de la época (*figura 2.13 b*) [23].

En base a estas investigaciones, realizan las siguientes afirmaciones:

- El fallo por cortante diagonal presenta un fuerte efecto tamaño y la aplicación de la teoría de Weibull no es aplicable para la explicación de este tipo de fracturas. Por tanto, critica de alguna manera a la JSCE.
- Existe un tamaño de transición ( $25d_a$ ) en donde el criterio de plasticidad deja de ser válido y comienza a dominar la mecánica de fractura no lineal explicada mediante la SEL.
- El estudio del efecto tamaño en vigas de hormigón armado con presencia de armadura transversal se puede realizar a partir de los resultados obtenidos en vigas que no lo poseen.
- La inclusión de estribos disminuye la magnitud del efecto tamaño, pero no lo suprime. Simplemente desplaza el tamaño de transición.

De esta manera, presentan la siguiente ecuación para vigas sin refuerzo transversal:

$$V_u = 6.5\xi \left( 1 + \sqrt{\frac{1}{5d_a}} \right) \left[ \sqrt{f_c} + 3000 \sqrt{\frac{\rho}{(a/d)^5}} \right] bd \text{ (psi)} \quad (2.5)$$

Donde:

- $V_u$ : Resistencia última a cortante.
- $\xi$ : Efecto tamaño de acuerdo con la ecuación 2.3.
- $d_a$ : Tamaño máximo del árido.
- $f_c$ : Resistencia a compresión del hormigón.
- $\rho$ : Cuantía longitudinal de la viga.
- $a/d$ : Ratio de la esbeltez de la viga.

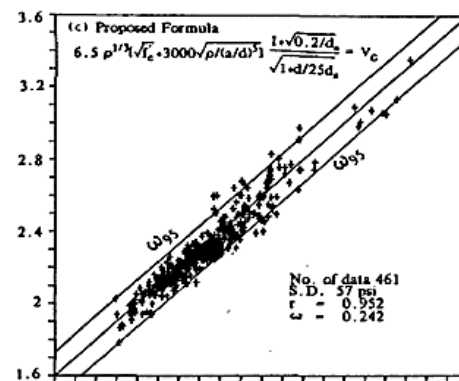
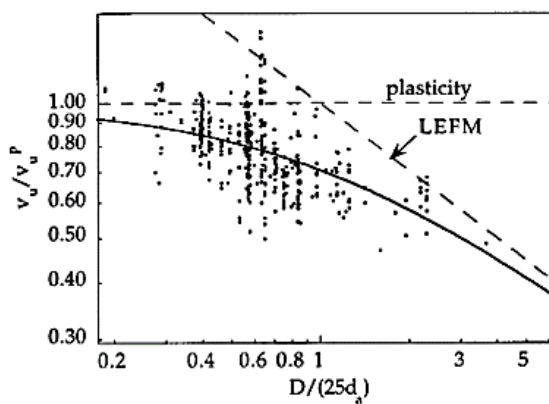


Figura 2.13: a) Grafica de los resultados obtenidos por Bažant al aplicar su modelo de cortante. b) Resultados dentro de un intervalo de confianza del 90% [21].

### 2.4.3 Zararis y Papadakis [24]

Otra investigación importante en este tema fue la realizada por Zararis y Papadakis (2001). Estos proponen un modelo mecánico que nace de analizar las fuerzas internas que se producen en vigas esbeltas de hormigón armado sin armadura transversal en la zona de fractura y evalúan la incidencia del efecto tamaño en la resistencia última de estos elementos cuando falla por cortante diagonal.

Como el modo de fractura debido a cortante diagonal incluye una fisura que se puede describir como dos ramas de propagación (*figura 2.14 a*), donde la primera describe una forma inclinada y es producto del propio cortante (la cual se origina cerca de los apoyos de la viga o entre fisuras de tipo de flexión) y la segunda que tienen su inicio donde termina la primera y atraviesa la cabeza de compresión de la viga con un menor ángulo de inclinación, determinaron mediante argumentos geométricos las características necesarias para explicar el proceso de fallo. En específico, obtuvieron expresiones para evaluar la altura y ángulo de las fisuras diagonales como la distancia relativa al apoyo en que se generaba.

De esta manera, y realizando algunas simplificaciones de lugar, presentan una ecuación sencilla que es capaz de evaluar la resistencia a cortante la cual solo depende de la relación entre la profundidad del eje neutro con respecto al canto útil ( $c/d$ ) y la resistencia a tracción indirecta del hormigón ( $f_{ct}$ ).

Además, derivan un factor de corrección que toma en cuenta el efecto tamaño. Este lo calculan al establecer que las fuerzas que se generan en la cabeza de compresión de la viga y las que precipitan al fallo se pueden analizar como si fuera un ensayo de tracción indirecta. Por tanto, reducen el estudio del efecto tamaño en vigas de hormigón ante solicitaciones de cortante al del ensayo brasileño (*figura 2.14 b*).

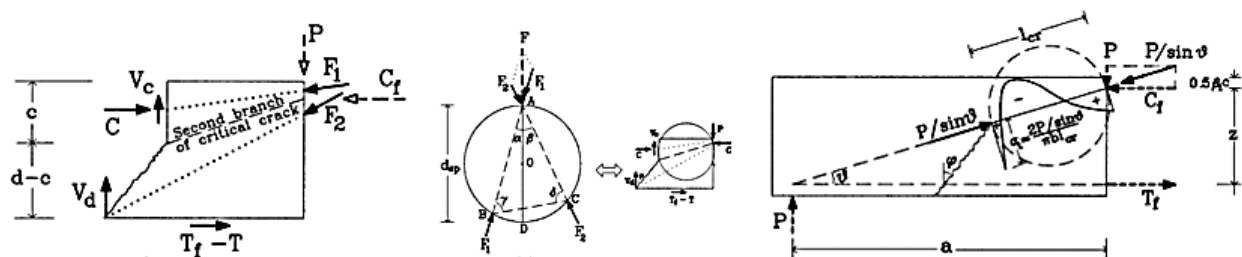


Figura 2.14: a) Representación de las ramas críticas de fisura en vigas de hormigón. b y c) Símil entre las tensiones en la cabeza de compresión y ensayo brasileño [24].

Finalmente, su propuesta toma la siguiente forma:

$$V_u = \max\left(1.2 - 0.2 \frac{a}{d}, 0.65\right) \frac{c}{d} b d f_{ct} \quad (d \text{ en metros}) \quad (2.6)$$

Donde:

- $a$ : Longitud de la luz de cortante.
- $d$ : Canto útil de la viga.
- $c$ : Profundidad del eje neutro.
- $b$ : Ancho de la viga.
- $f_{ct}$ : Resistencia a tracción indirecta del hormigón.

Por último, evaluó la ecuación 2.6 ante una base de datos de 166 ensayos existente en la literatura y obtuvo una media de 1.017 en la ratio resistencia última experimental versus resistencia última teórica ( $V_{u,exp}/V_{u,teoria}$ ). Gráficamente, algunos de estos resultados se muestran en la figura 2.15:

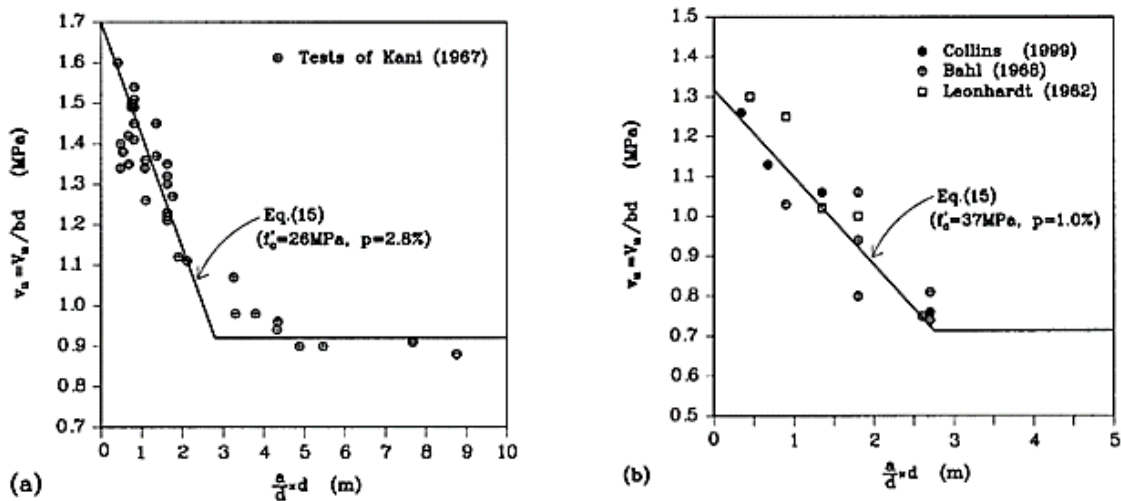


Figura 2.15: Resultados de la capacidad de predicción del modelo de Zararis y Papadakis (2001) respecto a diferentes ensayos experimentales [24].

#### 2.4.4 Código Modelo Fib 2010

Otro de los códigos que toma en consideración el efecto tamaño en la minoración de la resistencia última a cortante en vigas de hormigón armado es el código modelo de la Federación Internacional de Concreto Estructural (FIB por sus siglas en inglés) [25].

En la versión del 2010 de su código, proponen una ley de efecto tamaño determinada a partir de la aplicación de la Teoría Modificada del Campo de Compresión (MCFT) la cual sustituye a unos parámetros empíricos que recomendaban en versiones anteriores. Determinaron que el factor que afecta a la resistencia toma la siguiente forma (luego de reorganizar términos) [26]:

$$\xi_{MC} = \frac{1}{1 + \frac{d}{d_0}} \quad (2.7)$$

Donde:

- $d$ : Canto útil.
- $d_0$ : Constante relacionada al tamaño de transición. Toma valor de 800 mm.

Como se puede apreciar en la *figura 2.16*, este efecto es más pronunciado que el adoptado por la JSCE.

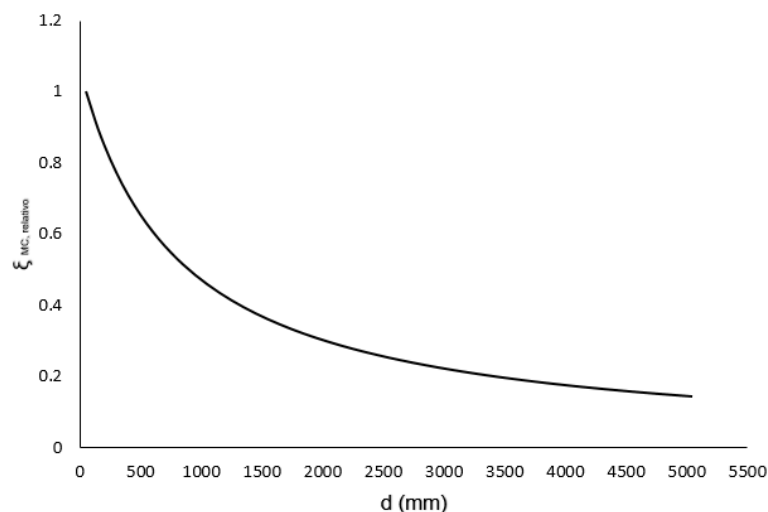


Figura 2.16: Factor del efecto tamaño según Código Modelo (valores relativos)



### 2.4.5 Eurocódigo 2 y EHE-08

Las últimas versiones del eurocódigo 2 (EC2) y la Instrucción Española de Hormigón Armado (EHE-08) presentan relaciones similares en la forma en que evalúan el efecto tamaño y la resistencia a cortante de estos elementos [27] [28]. Estas expresiones son:

$$V_u = C_{Rd} \xi (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} b d \text{ (MPa)} \quad (2.8)$$

Donde:

- $C_{Rd}$ : Coeficiente empírico derivado de ensayos. Valor recomendado 0.12
- $\xi$ : Factor del efecto tamaño determinado empíricamente. Toma valor de  $1 + \sqrt{\frac{200}{d}} < 2$
- $\rho_l$ : Cuantía longitudinal
- $f_{ck}$ : Resistencia a compresión del hormigón.

De todos los efectos tamaños encontrado en la literatura, este es el presenta menor variación (figura 2.17).

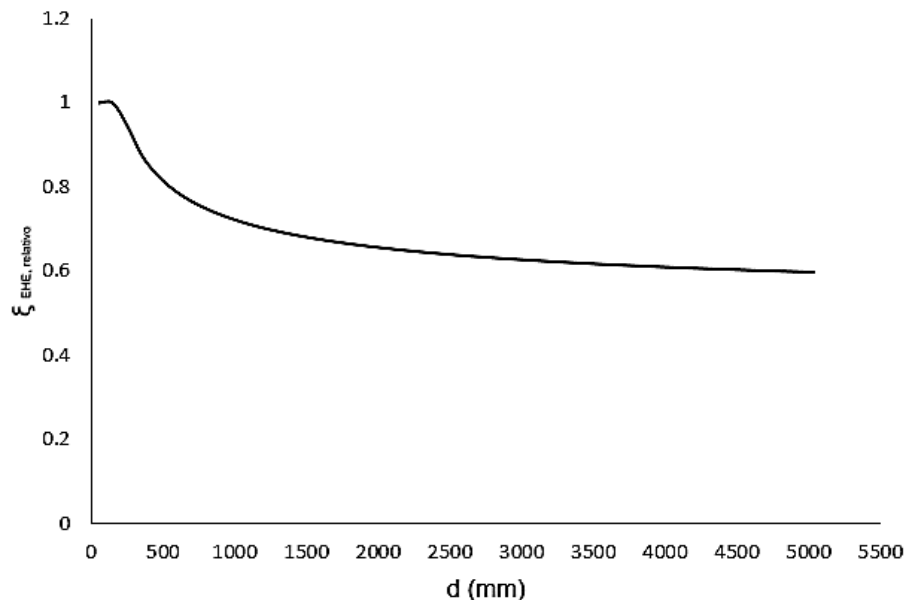


Figura 2.17: Factor del efecto tamaño en valores relativos según la EHE-08 y EC2

### 2.4.6 ACI 318-14 Y ACI-446

El único de los códigos modernos que no aplica algún tipo de efecto tamaño es el del ACI-318-14 (American Concrete Institute) ya que basa sus ecuaciones en la teoría límite de la plasticidad [29].

Sin embargo, uno de sus sub-comités (ACI-446) ha propuesto un modelo basado en un análisis estadístico de una base de datos especializada (ACI-445F) y una ecuación similar a la de Bažant para el efecto tamaño, determinada a partir de un análisis dimensional y tomando en consideración el balance energético a la hora de formarse la fisura [2]. Su propuesta es la siguiente:

$$V_u = \frac{2.2 \sqrt{f_c} \left(\frac{d}{a}\right)^{0.7} b}{\sqrt{1 + \frac{d}{d_0}}} \quad (2.9)$$

Esta formulación empírica, además de tomar en cuenta el factor tamaño como el predicho por Bažant en la ecuación 2.3, introduce la dependencia de la resistencia última con relación a la ratio luz de cortante/canto de la viga  $\left(\frac{a}{d}\right)$ .

En la figura 2.18, se puede apreciar el comportamiento de su modelo mecánico.

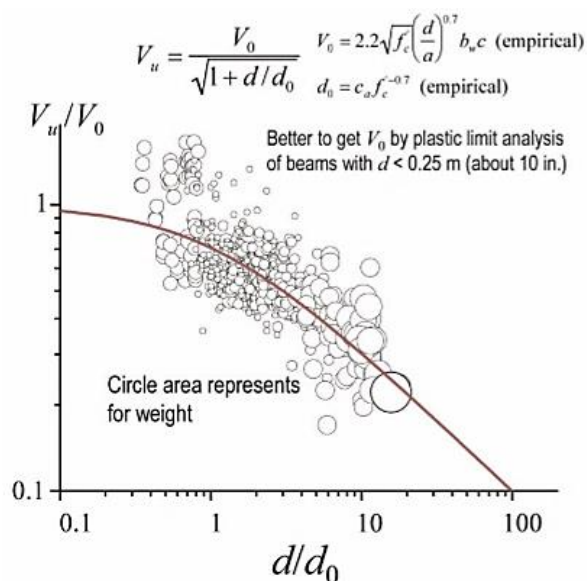


Figura 2.18: Resultados de la formulación propuesta por el comité 455 del ACI y SEL [2].

### 2.4.7 Modelos recientes: Al-Zoubi y Cladera *et al*

En la actualidad, se siguen desarrollando modelos mecánicos que intentan explicar el fenómeno de falla por cortante diagonal. Uno de estos es el desarrollado por Al-Zoubi (2014). Su teoría se fundamenta en un análisis dimensional del tipo Buckingham PI modificado y la consecuente calibración de variables empíricas mediante regresiones lineales al utilizar las bases de datos antes mencionadas [19]. Además, incluye el efecto tamaño al utilizar la expresión de Bažant mostrada en la sección 2.3. Su fórmula, la cual es similar a las del eurocódigo, es la siguiente:

$$V_u = 3.2\xi \left( \rho f_c \frac{d}{a} \right)^{1/3} bd \quad (2.10)$$

Donde:

- $a$ : Longitud de la luz de cortante.
- $d$ : Canto útil de la viga.
- $\xi$ : Efecto tamaño de acuerdo con la ecuación 2.3.
- $b$ : Ancho de la viga.
- $f_c$ : Resistencia a compresión del hormigón.

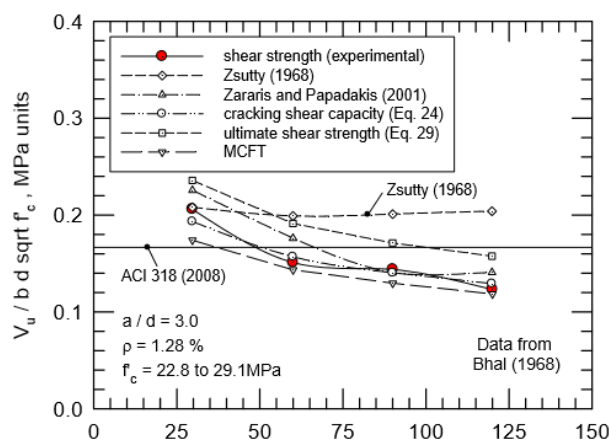


Figura 2.19: Resultados obtenidos por Al Zoubi al emplear su modelo mecánico [19].

Por otra parte, Cladera *et al* (2015) proponen un modelo físico llamado el “*Modelo de la capacidad de la cuerda de compresión*” en donde derivan de manera racional todas las componentes que interactúan en la resistencia a cortante en vigas de hormigón. De esta manera, introducen una expresión que toma en consideración el aporte de la cabeza de compresión, del alma agrietada y de los refuerzos longitudinales y transversales en la respuesta de estos elementos frente a solicitaciones tangenciales. Desarrollan también una nueva formulación del efecto tamaño determinada a partir de programación genética y las fórmulas de Bažant que incluyen tanto la esbeltez de la pieza como el tamaño de la misma en el factor corrector de la resistencia [30].

De forma simplificada, presentan la siguiente expresión:

$$V_u = 0.3\xi f_{cd}^{2/3} bd \quad (2.11)$$

Las variables adoptan el mismo significado que en los modelos anteriores, solo la definición del efecto tamaño es la que varía la cual adopta la forma que se muestra a continuación:

$$\xi = \frac{2\left(\frac{d}{a}\right)^{0.2}}{\sqrt{1 + \frac{d}{200}}} \geq 0.45 \quad (2.12)$$

Los resultados obtenidos mediante este último modelo son los que hasta hoy día muestran una mayor capacidad de predicción en la respuesta estructural de estos elementos [30]. Esto queda evidenciado en la figura 2.20.

Database original source	No. beams	Code format proposal		ACI318-11		EC-2		Model Code 2010		CSA A23.3-14	
		Mean	CoV	Mean	CoV	Mean	CoV	Mean	CoV	Mean	CoV
RC beams w/o stirrups [25]	784	1.19	19.6	1.42	38.3	1.10	27.9	1.22	22.8	1.22	22.3
RC beams with stirrups [26]	170	1.17	15.2	1.53	25.2	1.47	26.4	1.28	17.2	1.29	17.3
PC beams w/o stirrups [27]	214	1.12	22.8	1.52	35.1	1.56	29.8	1.85	33.9	1.68	29.8
PC beams with stirrups [27]	117	1.11	16.8	1.28	20.5	1.54	37.2	1.38	19.6	1.40	16.2
All	1285	1.17	19.5	1.44	35.3	1.26	34.1	1.35	31.4	1.33	26.9

Figura 2.20: Media y covarianza para diferentes modelos mecánicos de cortante [30].

## 2.4.8 Comparación entre modelos

De manera cualitativa, las respuestas últimas que predicen los códigos actuales se pueden representar como se muestra en la *figura 2.21*. Claramente se puede apreciar diferentes tendencias. En primer lugar, las ecuaciones del ACI no toman en cuenta el efecto tamaño. La propuesta de la JSCE describe un ligero efecto tamaño que no se corresponde a los resultados experimentales dado que este es del tipo estadístico. El código modelo, expresa un efecto tamaño muy fuerte y no admite aumento de la resistencia luego de un tamaño dado siendo esto físicamente imposible. Por último, el modelo del comité 446 del ACI presenta una tendencia más marcada que el del JSCE debido a que adopta un efecto tamaño del tipo de mecánica de fractura. De igual manera, en la *figura 2.22* se muestran las diferentes relaciones propuestas del efecto tamaño.

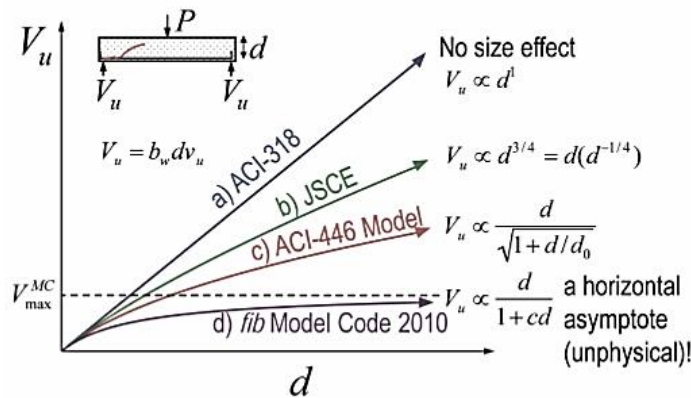


Figura 2.21: Comparación cualitativa de los modelos mecánicos [2].

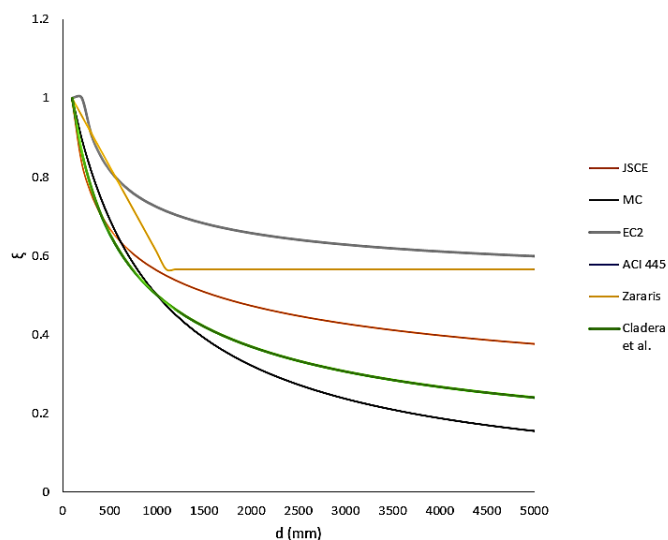


Figura 2.22: Efectos tamaños propuestos en los modelos mecánicos

## 2.5 Efecto tamaño en el ensayo de tracción indirecta (ensayo brasileño)

En la sección anterior se presentó la teoría que Zararis y Papadakis formularon para describir la falla debido a cortante en vigas esbeltas de hormigón sin refuerzo transversal. En esta, se argumenta que el efecto tamaño que se presenta en este tipo de mecanismos se puede asimilar al efecto tamaño que se observa en el ensayo de tracción indirecta ya que la cabeza de compresión de la viga se ve sometida a un estado tensional similar a dicho ensayo (*figura 2.23*).

Basado en esta suposición y utilizando los resultados obtenidos por Hasegawa *et al* (1985), determinan la siguiente expresión [24]:

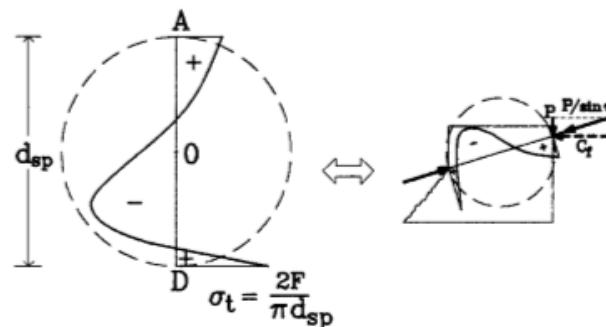


Figura 2.23: Esquema de las tensiones en la cabeza de compresión.

$$\xi = 1.2 - 0.2 \frac{a}{d} \geq 0.65 \quad (d \text{ en metros}) \quad (2.13)$$

A pesar de que el modelo de Zararis es bastante certero en su capacidad de predicción, su hipótesis de reducir el problema en mano al efecto tamaño en el ensayo brasileño presupone cierto error debido a que los resultados en estos ensayos varían de autor en autor. Es por lo que en esta sección se analizará los resultados obtenidos por diferentes investigadores en esta área.

De acuerdo con Bažant, de la literatura existente se puede extrapolar 5 comportamientos diferentes a la hora de cuantificar el efecto tamaño en el ensayo de tracción indirecta [12]. A modo de resumen estos son:

- Decrecimiento continuo de la resistencia a tracción en el rango de tamaños ensayados (Sabnis & Mirza en 1979 y Kim *et al* 1989).

- Crecimiento continuo de la resistencia con el aumento del tamaño (Chen & Yuan en 1980 y Hondros en 1959).
- Decrecimiento continuo de la resistencia hasta un tamaño de diámetro límite en donde el efecto tamaño desaparece o se revierte levemente. (Hasegawa, Shioya & Okada en 1985 y Lundborg en 1976).
- No hay presencia de efecto tamaño (en un subconjunto de las probetas ensayadas por Roco et al en 1995).
- Decrecimiento marcado de la resistencia a tracción y luego de un diámetro límite, un aumento ligero de la misma.

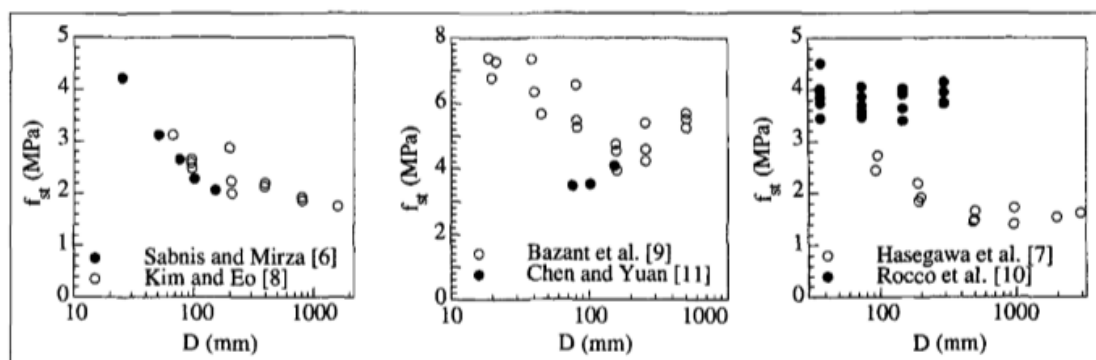


Figura 2.24: Resultados y tendencias del efecto tamaño en el ensayo brasileño [31].

Las razones por la que se pueden apreciar estas tendencias diferentes se pueden atribuir a diversos factores. En primer lugar, en la investigación realizada por Rocco et al (1995) se determinó que las condiciones de contorno en el ensayo brasileño juegan un rol importante en la resistencia última del material [31].

Observaron que, para un mismo hormigón, esta puede variar hasta un 30% dependiendo del ancho de la banda de carga con la que se ensaye. Esta conclusión es sumamente importante ya que las normativas vigentes exigen que el ancho banda de carga este comprendida entre un 4% y un 16% del diámetro (o arista) de la probeta a ensayar. Además, concluyeron que para anchos de banda menores al 8% del diámetro de la probeta, la resistencia se mantiene prácticamente constante y por tanto desaparece el efecto tamaño.

Por igual, añaden que a medida que el tamaño aumenta (aproximadamente  $3.5 l_{ch1}$ ) y disminuye el ancho de la banda de carga, la resistencia a tracción indirecta tiende asintóticamente a un límite que tiene la magnitud de la verdadera resistencia a tracción. Por último, observan que si la carga aplicada se concentra en un solo punto entonces el efecto tamaño es nulo (figura 2.25) [31].

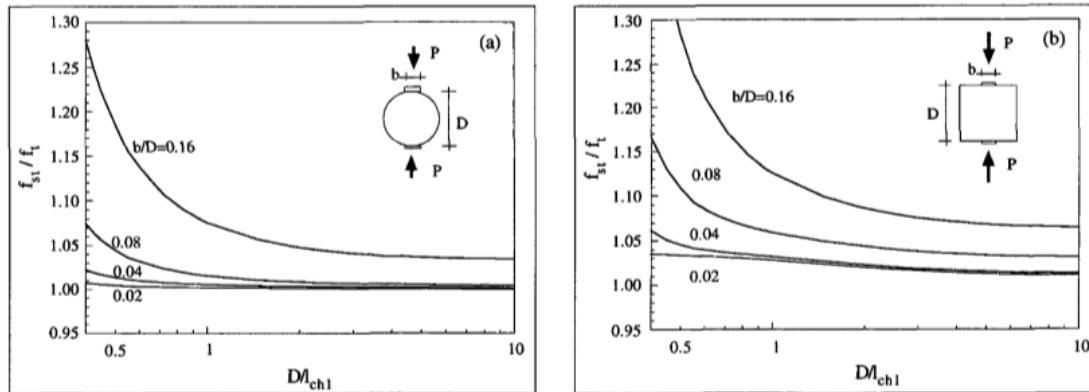


Figura 2.25: Variación de la resistencia a tracción en probetas cilíndricas y prismáticas de hormigón [31].

Otra de las razones por la cual existe tanta dispersión en los resultados se debe a la ratio de velocidad en que se aplique la carga. Nuevamente Roco et al (1995), determinan que mientras más rápido es la aplicación de la carga entonces mayor será la resistencia última obtenida en el ensayo. Por contrapartida, aclaran que tanto en los ensayos estables como inestables se registra el mismo valor último siempre y cuando la ratio de carga se mantenga en un nivel bajo [32].

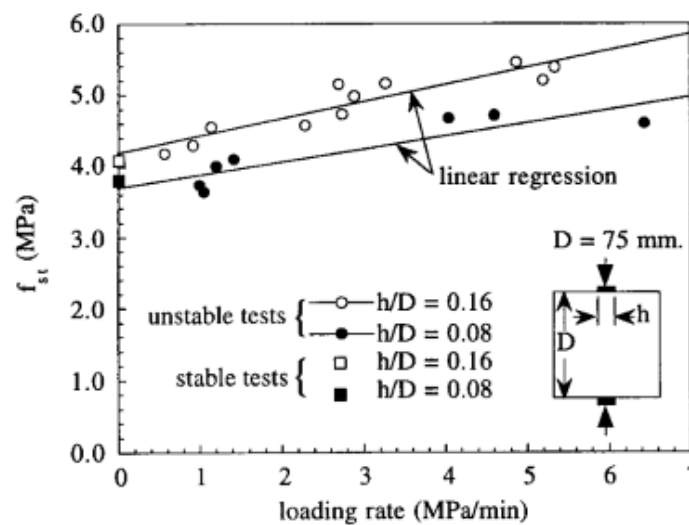


Figura 2.26: Influencia de la velocidad de carga aplicada en la resistencia a tracción alcanzada en probetas prismáticas [32].



Una tercera razón que explica la diferencia en los comportamientos de los diferentes ensayos se debe a que no existe una escala de referencia del material (longitud característica) ya que no se realizaron pruebas independientes para determinar las propiedades de fractura de los hormigones ensayados con excepción a las pruebas realizadas por Rocco *et al* (1995) [32].

La última razón tiene que ver con el mecanismo de fractura que se presenta en este tipo de ensayo. En ocasiones, el tipo de falla en el ensayo brasileño no es totalmente frágil en donde la fractura se genera por el centro de la probeta. Puede suceder que se generen dos cuñas en la zona cercana a las bandas de cargas y que la fractura se propague por una de esta hasta conectar con la otra y producir el fallo (*figura 2.27*). Cuando sucede esto, las cuñas entran en un estado tensional plástico y la falla pasa a ser un poco más dúctil [33].

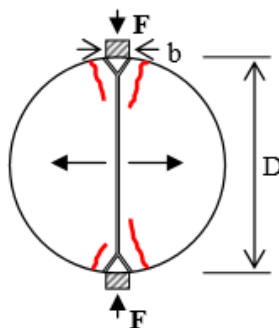


Figura 2.27: Mecanismo de fallo plástico en el ensayo brasileño.

Debido a que lo expuesto anteriormente no se corresponde con las hipótesis que Bazant había establecido para la determinación de su ley del efecto tamaño (se viola el principio de que los mecanismos de fallos son similares para todos los tamaños), añade una modificación a su formulación. De esta manera la ecuación 2.3 pasa a tener la siguiente forma:

$$\sigma_{Nu} = \frac{B f_t}{\sqrt{1 + D/D_0}} + C f_t \quad (2.14)$$

El único cambio con relación a la formulación general es la inclusión de una tensión residual que es función de la resistencia a tracción ( $f_t$ ) y una constante ( $C$ ) relacionada al mecanismo plástico antes mencionado.

## 2.6 Estudio del efecto tamaño mediante simulaciones numéricas

En las secciones anteriores se ha descrito en que consiste el fenómeno del efecto tamaño, en especial el del tipo mecánico, y como afecta este en la respuesta estructural de los materiales cuasifrágiles (caso hormigón).

Debido a que la incidencia del efecto tamaño se acentúa o se hace más evidente a medida que se evalúan elementos de mayor envergadura, es necesario auxiliarse de simulaciones numéricas para poder extrapolar y validar teorías formuladas a partir de piezas que si se pueden ensayar en laboratorios ya sea porque sus dimensiones así lo permiten o porque no son económicamente prohibitivas. La necesidad de utilizar simulaciones numéricas para el estudio de este efecto en el análisis de vigas de hormigón armado sin refuerzo transversal queda evidenciada en el hecho de que, en el universo de toda la literatura científica, el 87% de los ensayos han sido realizado en vigas con un canto menor a medio metro [2].

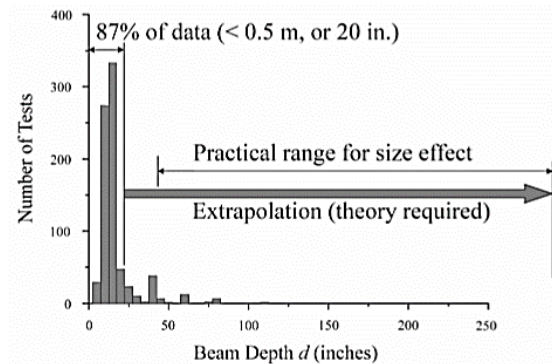


Figura 2.28: Histograma de los ensayos realizados en vigas esbeltas de hormigón en función del canto de esta [2].

Por esta razón, y con el avance de la capacidad computacional de los ordenadores, se han desarrollado en los últimos 40 años métodos numéricos que son capaces de tomar en cuenta los complejos procesos de fracturas en los materiales cuasifrágiles. Los dos modelos más difundidos y utilizados (por su fácil implementación en códigos comerciales) son [6]:

- El modelo de la fisura cohesiva propuesto por Hillerborg en (1976).
- El modelo de banda cohesiva o fisura distribuida propuesto por Bažant (1984).

### 2.6.1 Modelo de la fisura cohesiva

Todos los materiales presentan 3 modos básicos o puros en lo que pueden experimentar la fractura. Dependiendo del comportamiento geométrico que describan las fisuras, estos se pueden clasificar como modo I, II o III. El primer modo se trata de una apertura normal al plano de fallo de la fisura debida a la tensión. El segundo modo se produce por la actuación del cortante en el plano de estudio y se manifiesta como el deslizamiento de las caras de las fisuras sobre si mismas. Por último, el tercer modo es producido por la acción del cortante fuera del plano lo que significa que las fisuras tienden a deslizar sus bordes en direcciones opuestas [34].

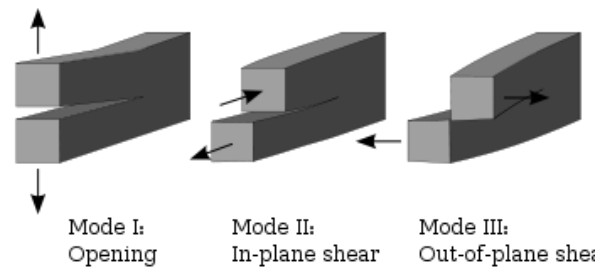


Figura 2.29: Modos básicos de fractura [34].

El modelo de la fisura cohesiva nace de la necesidad de estudiar el modo I de fractura, y su formulación fue creada por Barenblatt (1959, 1962) y Dugdale (1960) quienes inicialmente estudiaban materiales puramente frágiles o dúctiles. Luego Hillerborg *et al.* (1976) aplican el modelo de la fisura cohesiva por primera vez al análisis de estructuras de hormigón y, además extiende el alcance del modelo antes mencionado al eliminar la necesidad de conocer la trayectoria de la fractura a priori [35].

Estos modelos (también llamados fisura ficticia) describen procesos altamente inelásticos localizados en una superficie que es gobernada por una ley de tracción. Se caracterizan por el comportamiento del material intacto fuera de la zona de fisura, las condiciones de iniciación de la fractura y por la función que define la evolución de esta. Por lo general, es común realizar las siguientes hipótesis a la hora de trabajar con este modelo [36]:

- El material intacto fuera de la zona de fisura se comporta de manera elástica y queda definido por sus parámetros mecánicos como el módulo de elasticidad ( $E$ ) y Poisson ( $\nu$ ). Sin embargo, se puede utilizar cualquier modelo constitutivo que describa el comportamiento de este material.

- La fisura se inicia en un punto en donde se alcanza el máximo esfuerzo principal ( $\sigma_1$ ) el cual se asume que toma el valor de la resistencia a tracción ( $f_t$ ) considerada como una propiedad del material.
- Después de su formación, la fisura es capaz de transmitir esfuerzos de un labio al otro de acuerdo con la función que toma la apertura de fisura en función del esfuerzo aplicado llamada curva de reblandecimiento.

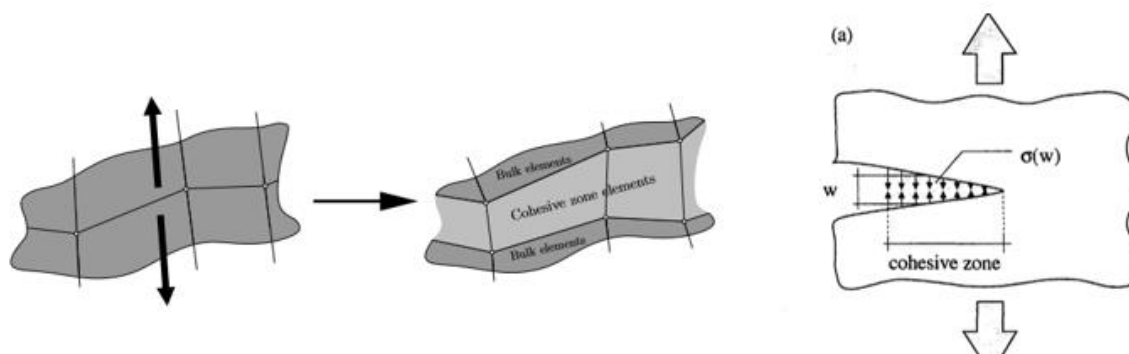


Figura 2.30: Representación esquemática de las hipótesis de la fisura cohesiva.

Visto que el proceso de disipación de energía en el hormigón se genera a partir de su reblandecimiento, es de vital importancia definir correctamente su ecuación constitutiva. Debido a esto, la función de reblandecimiento o softening es el parámetro más importante a la hora de analizar una estructura mediante el modelo de la fisura cohesiva [32].

La función de softening queda definida por propiedades mecánicas del material y es independiente de la geometría y tamaño de los elementos que se analice. Por tanto, si se conoce la energía de fractura del material ( $G_f$ ), la resistencia a tracción ( $f_t$ ) y la apertura crítica de fisura ( $w_c$ ) del mismo, es posible proponer una relación matemática que describa el comportamiento de la evolución de la fisura en la zona de proceso [37].

De esta manera, las leyes de reblandecimiento describen entonces el proceso de propagación de la fisura en donde luego de que un punto ha alcanzado su resistencia a tracción este experimentará una reducción en su capacidad de resistir tensiones hasta que desarrolle un ancho de fisura crítico que supone el agotamiento de la energía de fractura y transmisión de esfuerzo de un lado a otro.

Varios autores han propuesto diferentes tipos de curvas de reblandecimiento para el hormigón, abarcando desde la tipología rectangular hasta las formulaciones para funciones del tipo cuasi exponencial (figura 2.30). Sin embargo, las más utilizadas son las de tipo bilineal ya que ofrecen resultados más realistas al aplicarla al hormigón [12].

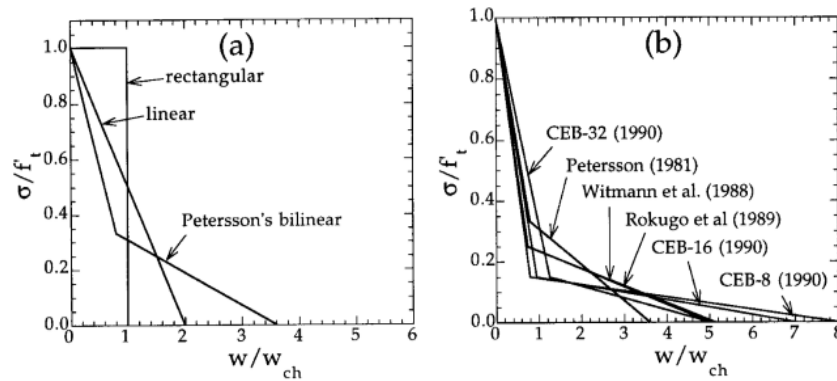


Figura 2.31: Curvas de reblandecimiento propuesta por varios autores [12].

A pesar de que existen varias relaciones constitutivas definidas para tomar en cuenta el reblandecimiento, estas no se deben utilizar sin conciencia ya que en teoría cada mezcla de hormigón posee una curva única. Por esta razón, se han propuesto metodologías en específico que permiten determinar experimentalmente la ley de softening una vez se haya determinado la energía de fractura y la resistencia a tracción del material [10].

Por último, la forma más sencilla de implementar numéricamente este modelo es a través de elementos interfaces o muelles que no poseen espesor los cuales duplican los nodos de los elementos finitos que delimitan y que se separan con relación a la ecuación constitutiva que se le ha programado (figura 2.31). Sin embargo, existen formulaciones más sofisticadas que permiten la utilización de fisuras embebidas en los elementos y también la modificación de la trayectoria de la fisura [35].

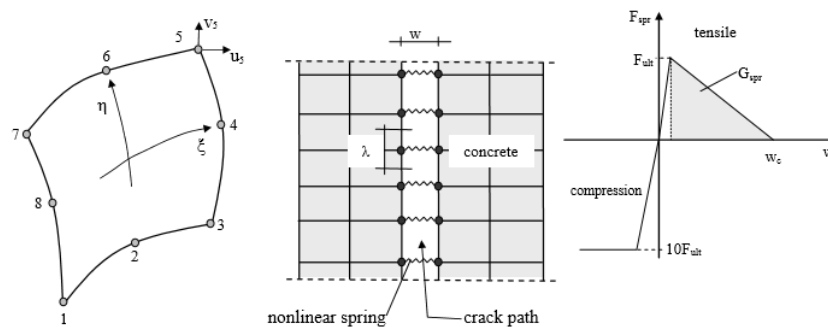


Figura 2.32: Elementos finitos y muelles utilizados para la modelización de fallo en modo I.

## 2.6.2 Efecto tamaño y la fisura cohesiva

El modelo de la fisura cohesiva ha tenido un gran impacto en la verificación y determinación del efecto tamaño en el mundo del hormigón. Como modelo matemático se ha utilizado para estudiar los procesos de fracturas en elementos sometidos a flexión, cargas axiales, tracción indirecta y esfuerzos tangenciales.

Su aplicación en el ensayo brasileño (tracción indirecta) le permitió a Rocco *et al*, determinar de manera teórica (y luego verificada experimentalmente) la incidencia de las condiciones de contorno en las resistencias obtenidas en el ensayo, así como las curvas que describen el efecto tamaño para probetas cilíndricas y prismáticas (figura 2.32) [32].

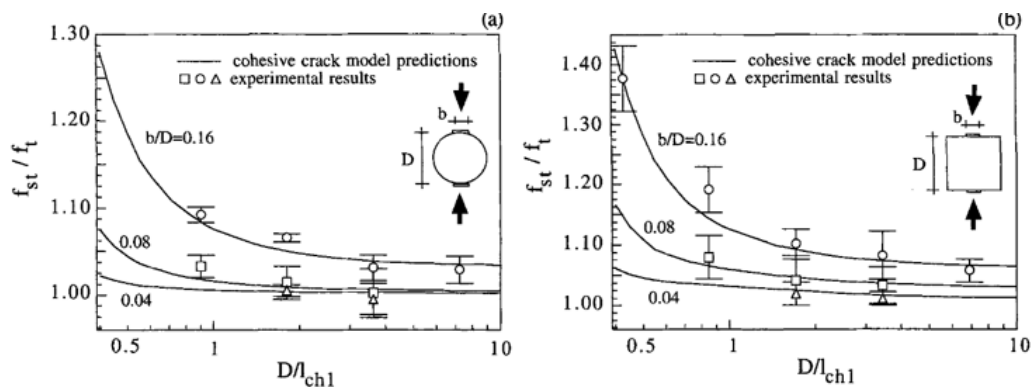


Figura 2.33: Resultados experimentales y predicciones numéricas en el ensayo BTS [32].

Otro ensayo que usualmente se modela mediante la fisura cohesiva es de la flexión en tres puntos. Varios investigadores han obtenidos resultados que predicen fielmente los obtenidos en pruebas experimentales y de esta manera han podido captar el efecto tamaño numéricamente y compararlo con la formulación de Bažant.

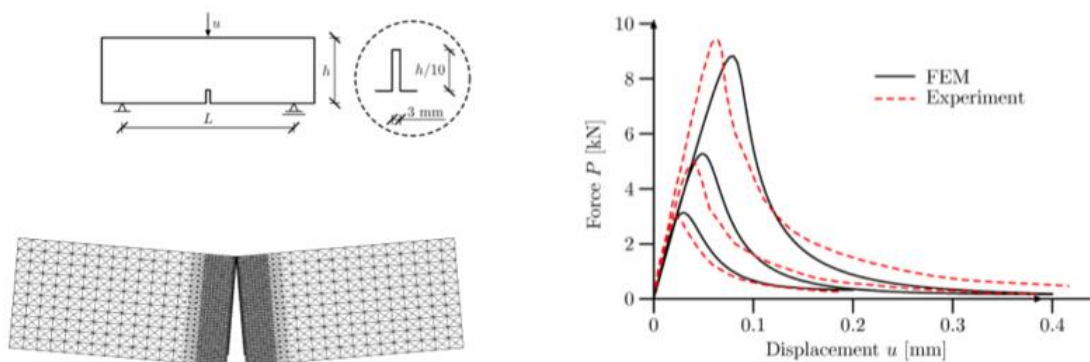


Figura 2.34: Representación esquemática del ensayo a flexión. Malla de elementos finitos deformada. Resultados numéricos y experimentales [39].

También se suele implementar esta técnica en los estudios numéricos de los ensayos de vigas de hormigón en masa sometida a cortante por 4 puntos. Los resultados obtenidos por Alfaite y Pires (2017) y Rots (1989), muestran que aun realizando simplificaciones considerables como la omisión del enclavamiento de los áridos y prescribiendo la trayectoria de la fisura, es posible captar las tendencias generales de este ensayo [38].

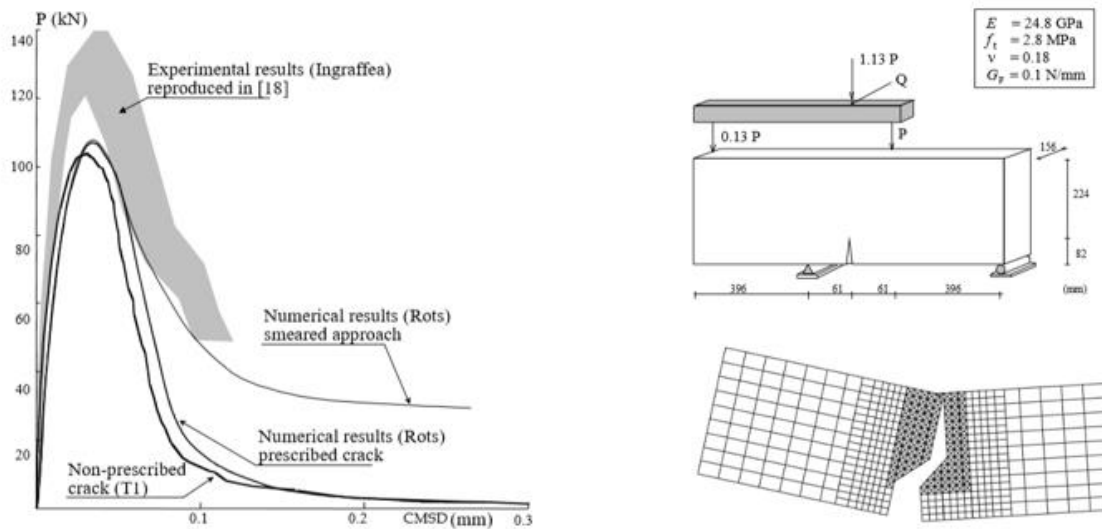


Figura 2.35: Esquema del ensayo a cortante de 4 puntos. Resultados numéricos y experimentas. Malla de elementos finitos deformada [38].

Por último, la capacidad de predicción del modelo cohesivo ha servido para estudiar especímenes de hormigón con doble entalla bajo combinaciones de cargas de cortante y tensión (modo mixto de fractura). Reproduciendo la campaña experimental de Nooru-Mohamed (1992), Bobinski y Tejchman (2010) observaron que el método era capaz de obtener cargas últimas similares a los valores experimentales, así como la descripción general de la propagación de la fractura [39].

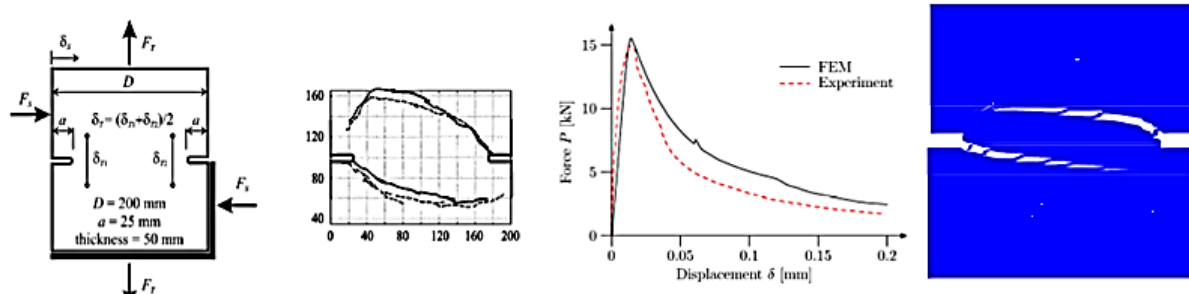


Figura 2.36: Representación esquemática del ensayo a cortante más tensión. Perfil de fracturas experimental. Resultados numéricos y experimentales. Perfil de fractura numérico [39].

## 2.7 Conclusiones del Estado de Conocimiento

En las secciones anteriores se esbozó, de manera general, las investigaciones sobre la cual la presente tesis se fundamenta. En específico, se mostró la evolución que el concepto del efecto tamaño sufrió desde su primera concepción en los años 1500 hasta llegar a las teorías formales explicadas mediante la mecánica de fractura (Estadística, determinista y fractal). De igual manera, se explicó la incidencia de este fenómeno en los materiales cuasifrágiles.

Dentro de los materiales cuasifrágiles, el estado del conocimiento se enfocó en el hormigón y en la visión determinista de dicho efecto propuesta por Bažant en 1984. Se comentó la explicación mecánica del porqué de este efecto y la formulación de la Ley de efecto tamaño (SEL) que se obtiene a partir del análisis dimensional y expansiones de series dictada por el equilibrio energético al aplicar los conceptos de la mecánica de fractura. Esta ley (ecuación 2.3) muestra el carácter transitorio de los materiales cuasifrágiles, que va desde el comportamiento explicado por las teorías plásticas hasta el comportamiento predicho por la mecánica de fractura lineal (LEFM).

Luego, se presentó como diferentes normativas e investigadores implementan en sus modelos de cortante el efecto tamaño. Dentro de los códigos modernos, el único que no utiliza un factor de disminución de resistencia dependiente del tamaño en sus fórmulas es el ACI-318-14. Sin embargo, están estudiando una propuesta formulada por uno de sus comités (ACI 455) en la cual la resistencia a cortante de vigas esbeltas de hormigón se ve afectada por un coeficiente que depende de la ley de efecto tamaño de Bažant y la esbeltez de la pieza.

Otras normativas presentadas fueron la JSCE, el EC2 y el código modelo 2010 de la FIB. Cada una de estas presentan diferentes formulaciones para la evaluación del efecto tamaño que fundamentan en ecuaciones empíricas (EC2 y EHE-08), en la teoría estadística de Weibull (JSCE) y en la teoría modificada del campo de compresión (código modelo).

Por parte de los investigadores, se mostraron los modelos propuestos por Bažant (1984,1987), Zararis y Papadakis (2001), Al-Zoubi (2014) y Cladera et al (2015). Cada uno de estos, toma en consideración el efecto tamaño ya sea mediante una formulación parecida a la ecuación 2.3 (Bažant, Al-Zoubi y Cladera et al) o al determinar una relación para este fenómeno basado en los ensayos de tracción indirecta (Zararis y Papadakis).



De todos los modelos que se presentaron (incluyendo las normativas), el que muestra mejor capacidad de predicción de la resistencia última de vigas de hormigón es el de Cladera et al.

Debido a que Zararis y Papadakis (2001) asimilaron, ingeniosamente, el problema del efecto tamaño en vigas de hormigón sometidas a cortante al del ensayo de tracción indirecta, se presenta en la sección 2.5 las investigaciones realizadas por diferentes grupos en esta área. Los resultados más importantes son los obtenidos por Rocco et al (1995) quienes determinan que las condiciones de contorno y la velocidad en que se aplique la carga afecta a los valores de resistencia obtenidos. Concluyen que mientras más grande es la banda de reparto, mayor será la incidencia del efecto tamaño. En bases a sus resultados, determinan una expresión cerrada para evaluar correctamente la resistencia a tracción indirecta en este ensayo.

Por otra parte, al observar Bažant que los mecanismos de fallo no se mantenían en probetas geométricas similares en el ensayo brasileño decide modificar la ecuación 2.3 a la 2.14. Con esto, toma en consideración que después de cierto tamaño persiste una resistencia nominal constante.

En la siguiente sección, se hace referencia a los métodos numéricos que existen para captar el efecto tamaño en el hormigón. La necesidad de utilizar estos queda evidenciado en el hecho de que es económicamente prohibitivo realizar campañas experimentales en elementos de gran envergadura. Por tanto, para poder extrapolar resultados obtenidos en ensayos sobre elementos más pequeños es necesario auxiliarse de esta herramienta.

Se presenta el modelo de la fisura cohesiva desarrollado por Hillerborg et al (1976) y su aplicación a las fracturas denominadas modo I. Se explica las bases fundamentales del modelo, así como las hipótesis que se realizan a la hora de idealizar una estructura de hormigón. Se presentan diferentes curvas del reblandecimiento del hormigón propuesta por varios investigadores.

Finalmente, se muestran los resultados obtenidos numéricamente al utilizar el concepto de la fisura cohesiva. Estos presentan una gran similitud a los obtenidos experimentalmente en diferentes tipos de ensayos como el de flexión, tracción indirecta, cortante en vigas esbeltas y modos mixtos de fallo.

### 3. CAMPAÑA NUMÉRICA

#### 3.1 Introducción

En el presente capítulo se describe la campaña numérica propuesta. En una primera instancia se explica el fundamento teórico del ensayo realizado y se determinan las relaciones geométricas de las probetas y las propiedades mecánicas de los hormigones sobre las cuales se realizarán las simulaciones.

En base a la determinación de las propiedades geométricas, se proponen tres series (denominadas serie A, B y C) a ensayar. La primera reproduce las probetas analizadas por Santander en su TFM mientras que la segunda y tercera busca conservar la similitud geométrica en dos direcciones dentro de un rango de tamaños 1:6 para esbelteces diferentes ( $\lambda = 2$  y  $4$ ).

Luego, se realiza la modelización numérica del ensayo adoptando dos filosofías diferentes: La fisura cohesiva (discreta) y la fisura distribuida. En esta parte se explican los modelos constitutivos que caracterizan a los materiales (elementos e interfaces) así como los diferentes algoritmos de integración para el control del ensayo.

Por último, se realizan simplificaciones del modelo numérico relacionado a la banda de carga y los apoyos (basado en la calibración con los resultados experimentales) que permiten una mayor facilidad a la hora de realizar el estudio numérico.

#### 3.2 Concepción del ensayo híbrido de tracción indirecta (HSBT)

El fundamento teórico de la concepción de este ensayo tiene su base en los conceptos introducidos por Zararis y Papadakis (2001) en la formulación del efecto tamaño propuesto para su modelo de cortante en vigas de hormigón [24]. A modo de recordatorio, las suposiciones principales de estos investigadores son:

- a) Cualquier viga de hormigón armado sin armadura transversal sometida a esfuerzos cortante que este simplemente apoyada y que presente una relación de luz de cortante-canto útil ( $a/d$ ) entre 2.5 y 6, desarrollará un mecanismo de colapso caracterizado por la formación de dos ramas de fisuras. La segunda rama de fisuración atraviesa la cabeza de compresión de la viga (*figura 3.1 a*).

- b) Las fuerzas actuantes ( $P$  y  $C_f$ ) se pueden remplazar por un par de fuerzas ficticias ( $F_1$  y  $F_2$ ) las cuales equilibran la resultante de los esfuerzos que inciden en la zona de compresión ( $C$  y  $V_c$ ) y en la zona de tensión ( $T - T_f$  y  $V_d$ ). La cabeza de compresión se aproxima a un disco sobre el cual actúan el par de fuerzas ficticias cuyo estado tensional se asemeja al ensayo de tracción indirecta (figura 3.1 b).

Sin embargo, esta analogía se pretende mejorar al realizar las siguientes modificaciones:

- c) Las fuerzas ( $F_1$  y  $F_2$ ) y la longitud de la segunda rama crítica dan paso a la generación de una pieza con geometría trapezoidal la cual se encuentra ubicada en la zona de compresión (figura 3.1 c).
- d) La resultante de las fuerzas ficticias ( $F$ ) actúa en el centro de la pieza propuesta, sobre una banda de carga. La misma, se encuentra simplemente apoyada en su base a distancias  $h/4$  desde su centro. (figura 3.1 d).
- e) Por último, se simplifica la geometría propuesta al analizar probetas prismáticas y se incluye la presencia de la primera rama de fisuración al realizar una entalla en el centro de la pieza (figura 3.1 e).

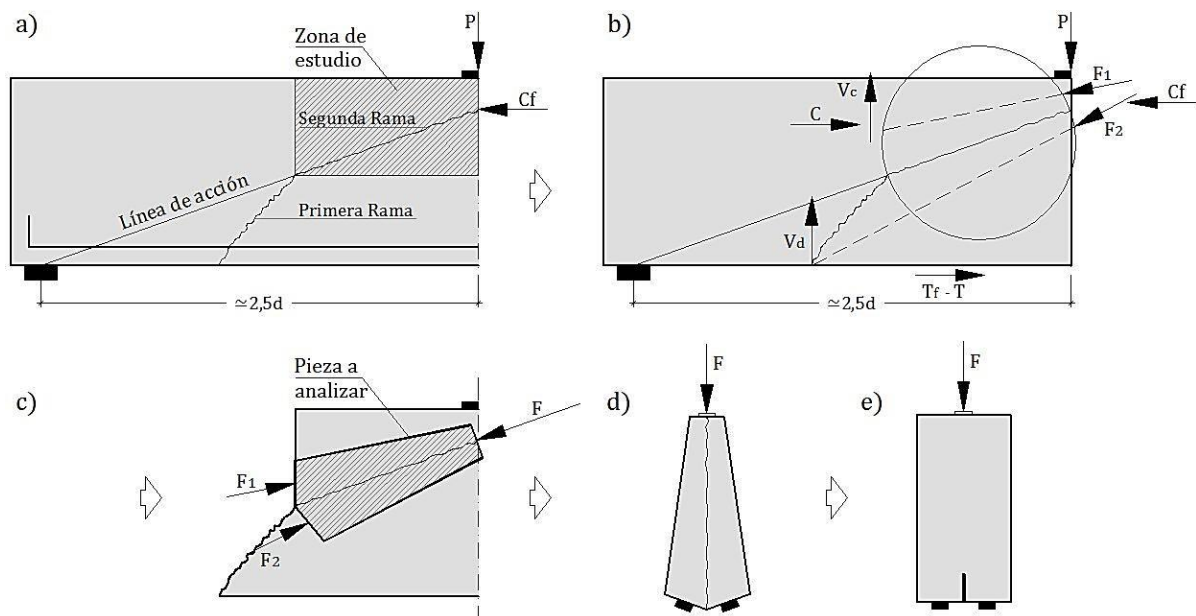


Figura 3.1: Proceso de concepción del ensayo HBST)

$$h = \sqrt{(0.64x)^2 + \frac{a^2}{(d - 0.36x)^2} \cdot (0.64x)^2} \quad (3.3)$$

Simplificando la ecuación 3.3:

$$h = 0.64x \sqrt{1 + \frac{a^2}{(d - 0.36x)^2}} \quad (3.4)$$

Por su parte, la ecuación 3.4 se puede reescribir en función de  $(a/d)$  y  $(x/d)$ , los cual nos da la expresión general:

$$h_{gnal} = 0.64 \left(\frac{x}{d}\right) d \sqrt{1 + \frac{(a/d)^2 d^2}{[d - 0.36(x/d)d]^2}} \quad (3.5)$$

Para obtener una formulación más simplificada, se puede fijar un valor medio de la profundidad del eje de compresiones  $(x/d)$  para que la expresión final no dependa de este parámetro. En este caso, se asume que su magnitud es 0.33 (su rango varía 0.2 y 0.4 aproximadamente). Operando la ecuación 3.5:

$$h_{simp} = 0.21d \sqrt{1 + 1.289(a/d)^2} \quad (3.6)$$

Se puede observar que en la expresión simplificada para la evaluación de la altura de la probeta (ecuación 3.6), esta solo depende del canto de la viga ( $d$ ) y de la ratio de luz de cortante/canto  $(a/d)$ . Para que domine el fallo por cortante, sabemos que este valor debe estar entre 2.5 y 6. Por tanto, se puede representar los valores límites que toma este parámetro (figura 3.3).

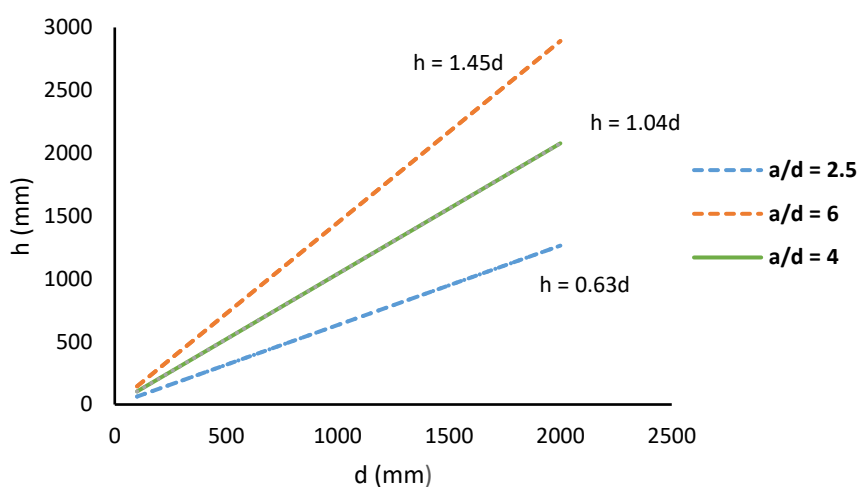


Figura 3.3: Relación longitud fisura crítica vs canto de la viga

### 3.3.2 Base y espesor de la pieza

Como ya se ha comentado, el objeto de estudio sobre el cual se realizarán las simulaciones numéricas es una pieza de ancho variable que describe una geometría trapezoidal. A modo de simplificación, se ha propuesto convertir dicha geometría a la de un prisma (figura 3.4). Sin embargo, queda la duda de cuál es la extensión de la base de esta pieza que se ve sometida a un ensayo híbrido de tracción indirecta.

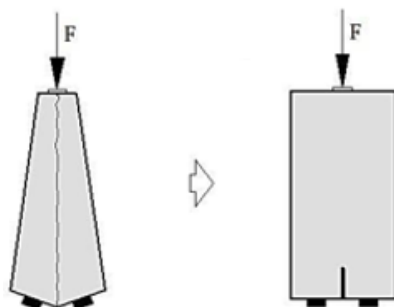


Figura 3.4: Geometría simplificada del elemento a ensayar

Se puede argumentar (conservadoramente) que la base de este prisma es aproximadamente de la magnitud de  $\left(\frac{x}{d}\right) d$ . Esto quiere decir que tiene la misma longitud que la cabeza de compresión de una viga de hormigón armado.

Dicho esto, se puede evaluar cuales son las esbelteces límites que definen a las probetas a ensayar. Conociendo que la profundidad del eje de compresiones  $\left(\frac{x}{d}\right)$  varía entre 0.2 y 0.4 y que la relación  $(a/d)$  toma valores comprendidos entre 2.5 y 6, se tiene la siguiente situación:

Tabla 3-1: Dimensiones máximas y mínimas teóricas de los elementos sometidos al ensayo HBST

d (mm)	B <sub>min</sub> (mm)	h <sub>0, min</sub> (mm)*	λ <sub>min</sub>	B <sub>max</sub> (mm)	h <sub>0, max</sub> (mm)*	λ <sub>max</sub>
100	20	37	1.84	40	181	4.53
200	40	74	1.84	80	363	4.53
300	60	110	1.84	120	544	4.53
400	80	147	1.84	160	725	4.53
500	100	184	1.84	200	906	4.53
600	120	221	1.84	240	1088	4.53
700	140	257	1.84	280	1269	4.53
800	160	294	1.84	320	1450	4.53
900	180	331	1.84	360	1631	4.53
1000	200	368	1.84	400	1813	4.53

\* Calculado de acuerdo con la ecuación 3.6

Visto los resultados anteriores, el ancho o base de la pieza prismática debe mantenerse dentro del rango  $0.22h_0 \leq B \leq 0.55h_0$ .

Por su parte, el espesor debería mantenerse proporcional a la altura o fijar un valor constante. En el primer caso, es recomendable que este asuma el valor del ancho propuesto y para la segunda opción se recomienda que el valor sea del orden de magnitud de  $3d_{max}$  (tamaño máximo del árido).

### 3.4 Geometría de las probetas a ensayar

Uno de los objetivos principales de esta campaña numérica es la de simular los resultados obtenidos experimentalmente Santander en su TFM titulada: “Estudio experimental del efecto tamaño en probetas prismáticas de hormigón ensayadas a tracción indirecta”. Por tanto, resulta lógico que se realice el estudio numérico sobre la geometría de los especímenes propuesta por este.

Dicha campaña experimental (figura 3.5), consideró cinco probetas prismáticas de diferentes alturas (100, 150, 300, 400 y 600 mm) y a su vez dos espesores diferentes (100 y 150 mm). Esto resultó en que se obtuvieran tres esbelteces diferentes a analizar ( $\lambda = 1, 2$  y  $4$ ). De igual manera, propone dos profundidades de entallas (30 y 45 mm) las cuales dependen del ancho de las probetas. En la presente tesis, se denominará a este conjunto de probetas como serie A.

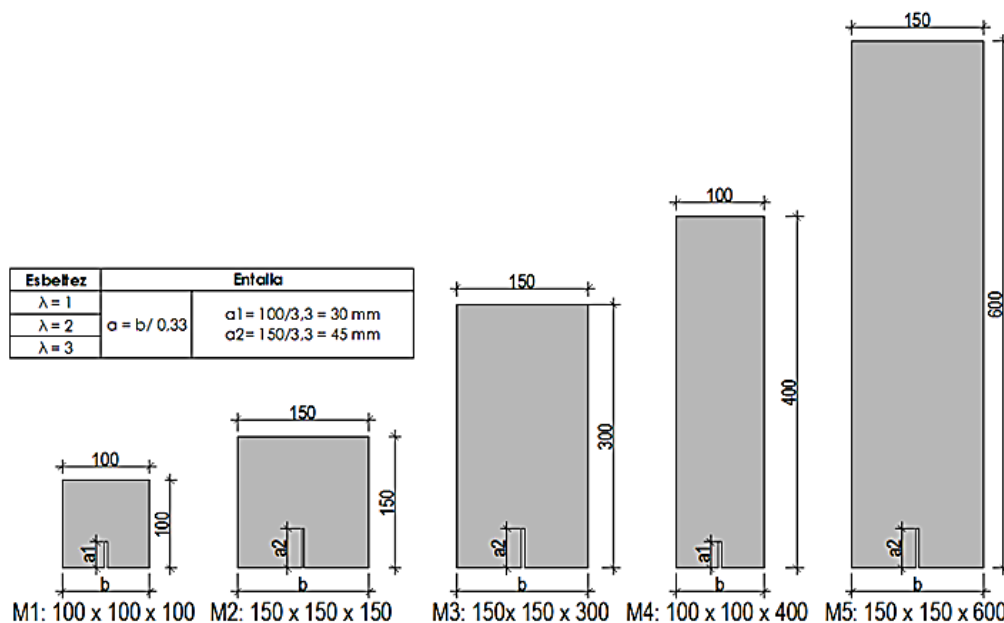


Figura 3.5: Serie propuesta por Andrés Santander y parámetros de esbeltez y entalla (Serie A).

Además de la serie A, se proponen estudiar dos series más ya que la configuración anterior puede dar paso a la manifestación de otros tipos de efecto tamaño diferente al de mecánica de fractura debido a que los especímenes no son homotéticos en dos direcciones (varían su espesor y sus esbelteces).

Basado en las relaciones geométricas determinadas en los apartados anteriores, se incluye en la campaña numérica las series B y C. Estas tienen como finalidad evitar la posible inclusión de otros tipos de efectos tamaños al mantener las proporciones geométricas en todos los tamaños.

Como punto de partida, se mantiene el mismo rango de estructuras que la serie A (1:6). Ambas propuestas constan de seis probetas de diferentes alturas (100, 200, 300, 400, 500 y 600 mm), un único espesor (100 mm) y dos esbelteces ( $\lambda = 2$  y 4). La serie B queda definida por la esbeltez mínima ( $\lambda = 2$ ) mientras que la serie C adopta el valor máximo ( $\lambda = 4$ ). En ambos casos, la profundidad de entalla se toma como una proporción de la altura de la pieza (a diferencia de la serie A). Esta se fijó en  $0.3h$  (figura 3.6).

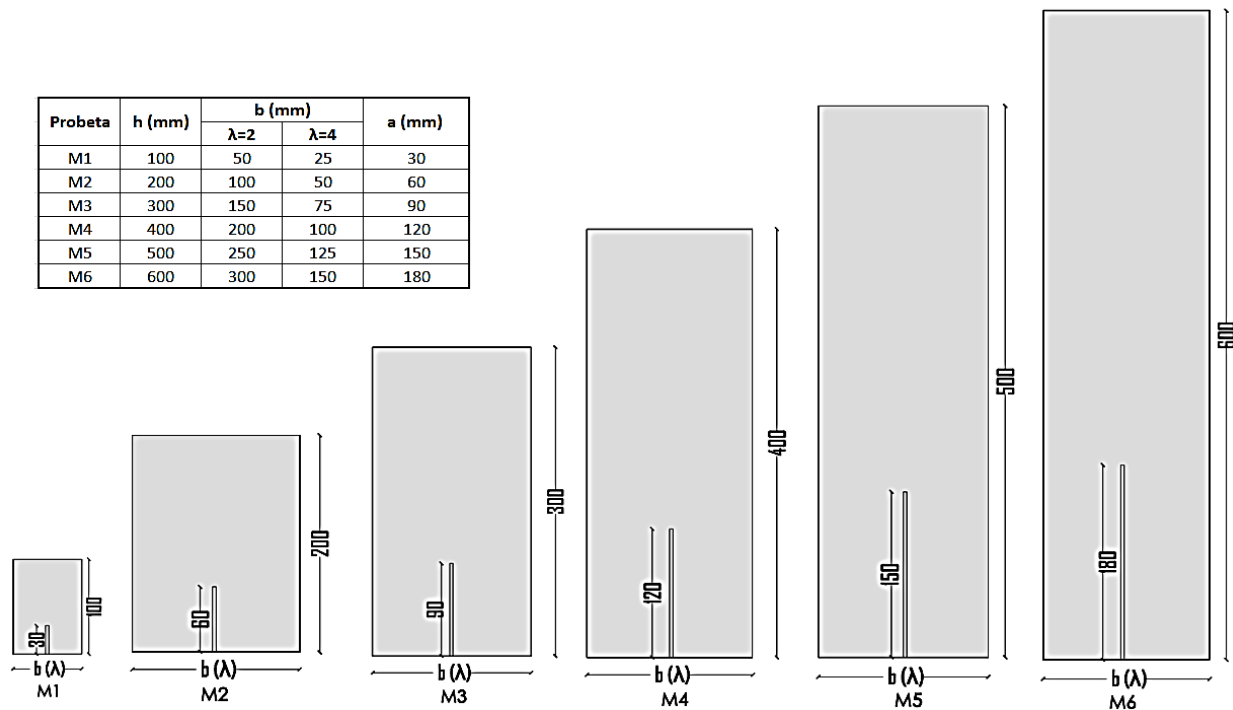


Figura 3.6: Geometrías propuestas para serie B y C



### 3.5 Propiedades mecánicas de los hormigones

En la presenta TFM, se estudian 5 clases de hormigones diferentes. Las principales propiedades mecánicas (resistencia a compresión, resistencia a tracción indirecta y módulo de elasticidad) de estos fueron determinados por Andrés Santander en el Laboratorio de Tecnología de Estructuras Lluís Agulló (LTE) de la UPC. Sin embargo, para realizar la correcta modelización de los elementos que se estudiarán hacen falta otros parámetros adicionales.

Uno de estos parámetros es el módulo de Poisson. De acuerdo con la EHE-08, para hormigones convencionales sometidos a tensiones de utilización normal, este parámetro se puede tomar como [27]:

$$\nu = 0.2 \quad (3.7)$$

Otra propiedad mecánica que hace falta es la resistencia a tracción. Ya que se cuenta con la resistencia obtenida en el ensayo brasileño, se utilizará la expresión emitida por la EHE-08 para la obtención de esta magnitud [27].

$$f_{ct} = 0.9f_{ci} \quad (3.8)$$

Por último, uno de los parámetros más importantes es la energía de fractura (modo I). Debido a que no se realizaron ensayos independientes para la obtención de este, se propone utilizar la expresión determinada por Marí *et al* para su evaluación [40].

$$G_{f,I} = 0.028f_{cm}^{0.18}d_{max}^{0.32} \quad (3.9)$$

De esta manera, las propiedades mecánicas que se utilizarán para la caracterización y modelización de los diferentes hormigones quedan resumidos en la *tabla 1*.

Tabla 3-2: Propiedades mecánicas de los hormigones

Clase de Hormigón	E (MPa)	$\nu$	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{cti}$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$G_{f,I}$ (N/mm)
H25/20	30947.85	0.20	31.39	3.82	3.44	0.136
H40/12	32202.16		40.81	4.68	4.21	0.121
H40/20	38477.83		40.46	4.77	4.29	0.142
H60/12	35259.65		44.91	4.73	4.26	0.123
H60/20	37671.95		52.01	4.71	4.24	0.149

### 3.6 Modelización numérica

En esta sección se describirá el proceso de modelado de las probetas, así como la concepción numérica del ensayo híbrido de tracción indirecta. Se presentarán las consideraciones tomadas en cuenta para la implementación del método de la fisura cohesiva y distribuida.

De igual manera, se mostrarán los modelos constitutivos de los materiales utilizados y la consecuente calibración de diferentes parámetros de acuerdo con los resultados experimentales.

Por último, se describirá el método numérico de integración que se utilizará para llevar a cabo esta campaña.

#### 3.6.1 Método de la fisura cohesiva

En la parte del estado del arte, se comentó que el concepto de la fisura cohesiva (también conocido como fisura ficticia) es un método capaz de simular correctamente el comportamiento del colapso de estructuras que presentan fallos del modo I.

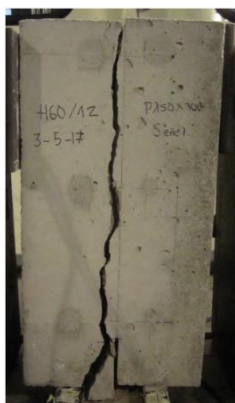
Una de las desventajas de este método, es que solo funciona adecuadamente si se conoce a priori la evolución de la fisura. Por esto, un primer paso para la modelización del ensayo híbrido a tracción indirecta mediante este concepto es la de identificar el trayecto que describe la propagación de la fractura.

De los resultados experimentales obtenidos por Santander, se pueden observar que existen dos tendencias claras que se presentan en este ensayo. La primera, para probetas con esbeltez  $\lambda = 1$ , la fisura se inicia por la entalla y se propaga a través del centro de la probeta (manteniendo una trayectoria mas o menos recta) hasta que alcanza la zona de carga (*figura 3.7*).



Figura 3.7: Propagación de la fisura en probetas con  $\lambda = 1$

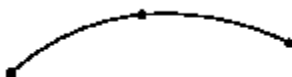
Por su parte, la segunda tendencia (manifestada en elementos con esbeltez  $\lambda \geq 2$ ) presenta un inicio de fisura en la parte superior de la pieza y luego evoluciona de forma descendente hasta conectar con la entalla o en algunos casos con los apoyos inferiores (*figura 3.8*).



*Figura 3.8: Propagación de la fisura en probetas con  $\lambda \geq 2$*

A pesar de que existen estas dos tendencias diferentes, algo que mantienen en común es que la propagación de la fisura se puede considerar (de manera simplificada) como una línea recta que se desarrolla por el centro de la probeta y conecta la entalla con el punto de carga. De esta manera, queda definida la zona de proceso no lineal de las probetas en donde todo el reblandecimiento ocurre.

En el método de la fisura cohesiva, esta zona no lineal puede representarse mediante elementos muelles o interfaces. En el software Midas FEA que se utilizará en esta campaña numérica, existen ambos elementos. Sin embargo, en el modelo de elementos finitos se optó por representar el proceso de fisura con elementos interfaces. Dichos elementos son del tipo lineal con tres puntos de integración (*figura 3.9*).



*Figura 3.9: Elemento interface utilizado en el modelado.*

Para poder simular adecuadamente el proceso de fractura, es necesario definir diferentes parámetros y modelos constitutivos del material que permitan la correcta simulación del ensayo. En los elementos tipos interfaces, al utilizar el concepto de fisura discreta se deben especificar el módulo de rigidez normal ( $k_n$ ), el módulo de rigidez a cortante ( $k_t$ ), la resistencia a tracción ( $f_t$ ), la energía de fractura ( $G_{f,I}$  y  $G_{f,II}$ ) y el tipo de función de reblandecimiento.

De los parámetros mencionados anteriormente, solo se desconocen los módulos de rigideces ( $k_n$  y  $k_t$ ) y el tipo de función de reblandecimiento. Dentro de estas últimas, se decidió por utilizar una función de tipo no lineal ya que mostraba un comportamiento cualitativo parecido a los resultados experimentales (figura 3.10).

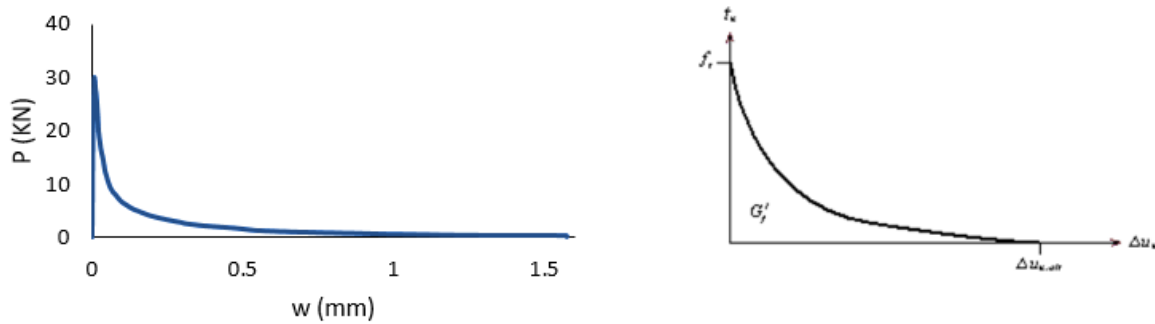


Figura 3.10: Curva experimental P-CMOD y curva de softening implementada en Midas FEA

En cuanto a los módulos de rigideces, debido a que no se tenía una expresión para evaluarlos, sus valores se determinaron de dos maneras. En primer lugar, para el valor de  $k_t$  se fijó una magnitud de  $100\,000\,000\text{ N/mm}^3$ . Este valor tan elevado se escogió para prevenir deslizamiento de la fisura en el plano de carga (modo de fallo II). Para la magnitud de  $k_n$  se optó por calibrar su valor respecto a los resultados experimentales. La idea para la calibración fue la de igualar las pendientes iniciales de los gráficos carga-apertura de fisura (P-CMOD) de los resultados experimentales y numéricos (figura 3.11). De esta manera, se obtuvo un valor de  $1200\text{ N/mm}^3$  para  $k_n$ .

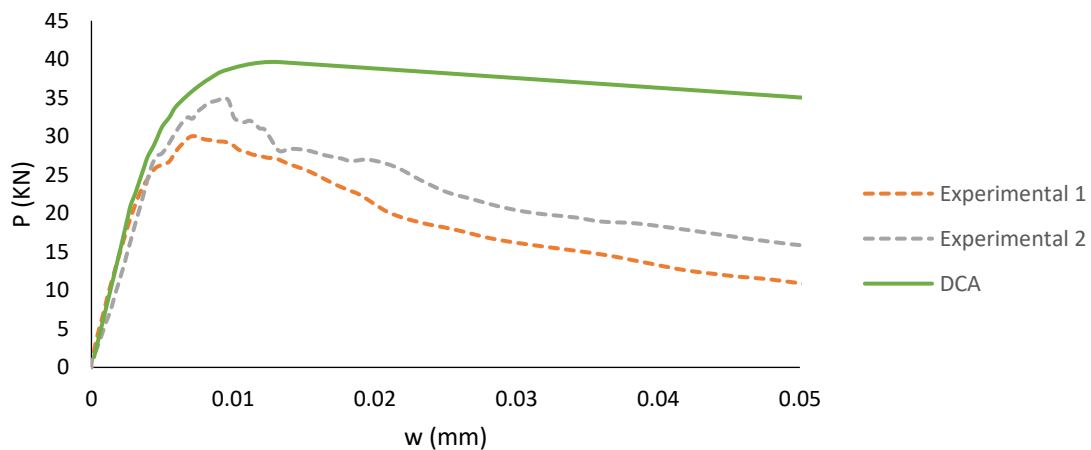
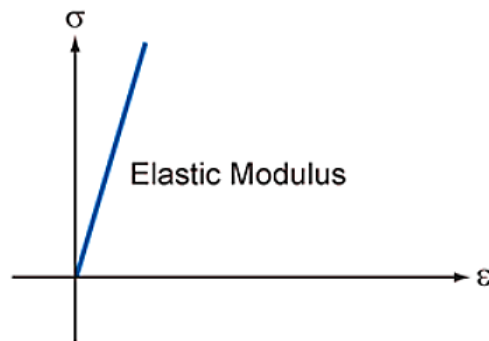


Figura 3.11: Pendiente iniciales para curvas P-CMOD (experimental y numérico)

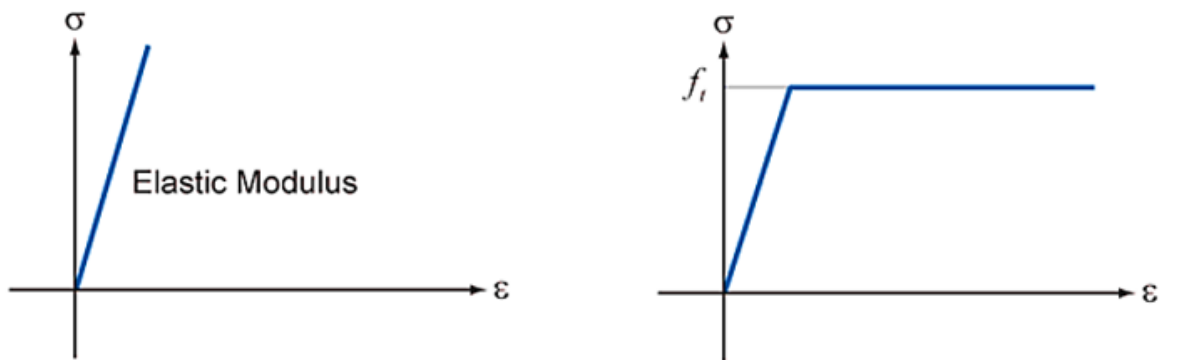
Una vez determinado los parámetros que definen el proceso de fractura (idealizado como un elemento interface), pasamos al modelado del material que circunscribe a la zona no lineal. De acuerdo con las hipótesis de la fisura cohesiva, el material fuera de la zona de fisura puede adoptar cualquier comportamiento que se desee. Sin embargo, este comúnmente se simplifica a un comportamiento lineal (*figura 3.12*).

De esta manera, el modelo constitutivo que representa al hormigón (en compresión y en tracción) en la zona intacta queda definido solo por su módulo de elasticidad ( $E$ ) y de Poisson ( $\nu$ ).



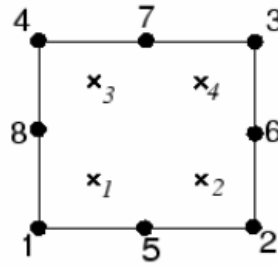
*Figura 3.12: Modelo constitutivo del hormigón en régimen lineal (compresión y tracción)*

Para evitar respuestas más rígidas (debido a la trayectoria de fisura prescrita) que las observadas en los resultados experimentales, se agregó una pequeña zona capaz de disipar energía (no lineal) cuyo ancho se corresponde al de la entalla y su extensión es desde el paramento superior de la probeta hasta la profundidad de la entalla. Para estos elementos, se propuso un comportamiento elasto-plástico ante esfuerzos de tracción y se mantuvo el régimen lineal ante la compresión (*figura 3.13*).



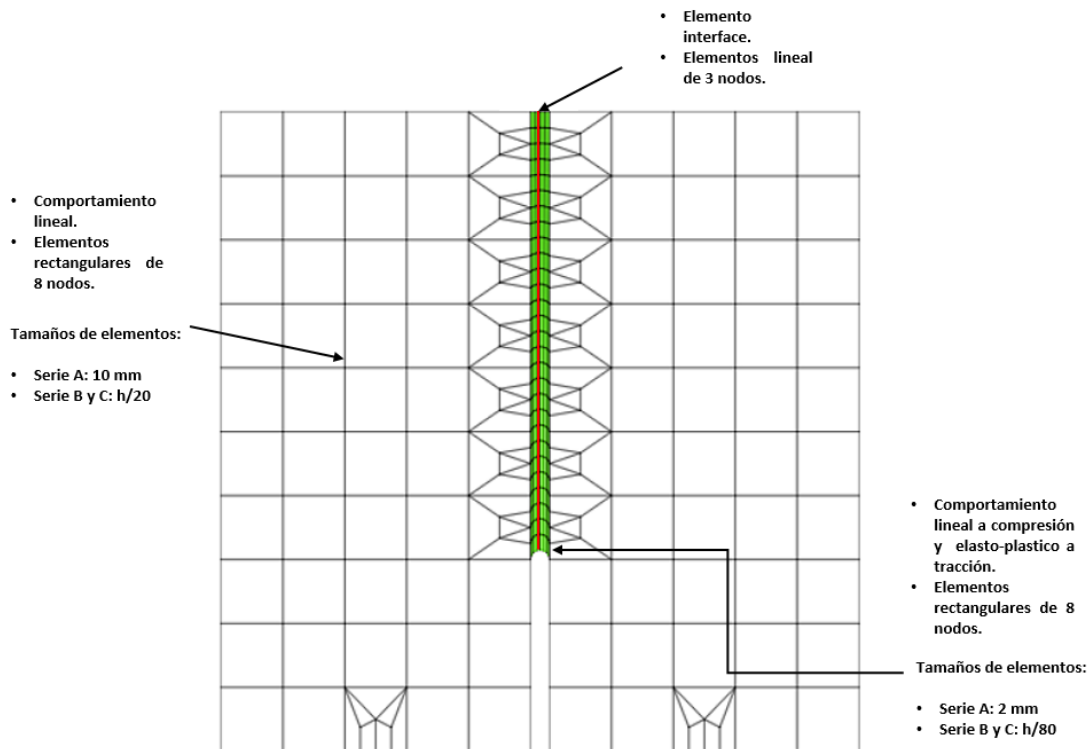
*Figura 3.13: Comportamiento a compresión y a tracción de los elementos en la zona no lineal*

Tanto la zona intacta como la pequeña zona no lineal propuesta fueron modeladas mediante elementos rectangulares con ocho puntos de integración (*figura 3.14*). Para el primero de estos, el tamaño del elemento finito tomo un valor de  $10\text{ mm}$  para las probetas de la serie A y  $h/20$  para las series B y C. En la zona no lineal, en el modelado de la serie A se utilizó un valor de  $2\text{ mm}$  y para las series B y C su valor fue de  $h/80$ .



*Figura 3.14: Elemento rectangular utilizado en el modelo.*

Ya definidos los parámetros geométricos y los elementos a utilizar (así como las propiedades mecánicas de los materiales), el mallado de elementos finitos queda como se muestra a continuación (*figura 3.15*):



*Figura 3.15: Mallado utilizado para la aplicación del método de la fisura cohesiva*

### 3.6.2 Método de la fisura distribuida

Para la implementación del método de la fisura distribuida, se utilizó el mismo mallado propuesto en el apartado anterior. El único cambio que se realiza es la eliminación del elemento discreto y la inclusión del modelo constitutivo que caracteriza la zona que presenta reblandecimiento.

La distribución de las fisuras se llevó a cabo mediante el modelo del “Total strain Crack” que se encuentra disponible en la librería de materiales del programa Midas FEA. En este se permitió que la fisura rotara según cambiaban los ejes principales de las deformaciones y se utilizó una matriz de rigidez tangente para el cálculo de los esfuerzos. No se tomó en cuenta el efecto del confinamiento ni el de las fisuras laterales pues no aplicaban.

De esta manera, el hormigón a utilizar en este modelo queda definido por un comportamiento lineal elástico en compresión y no lineal con softening en la parte de tracción (*figura 3.16*).

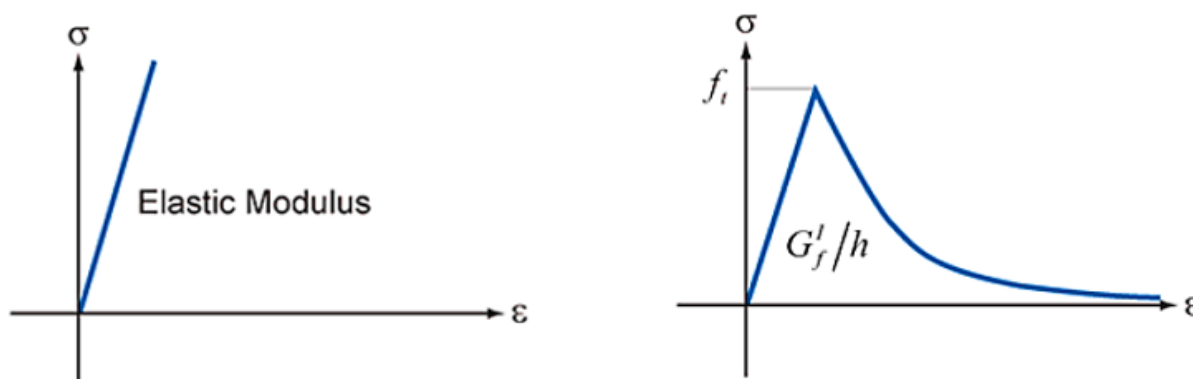


Figura 3.16: Modelos constitutivos del hormigón para el método de la fisura distribuida

Todos los parámetros que definen a los materiales son conocidos, con excepción del valor  $h$  denominado ancho de banda de fisura. Este es un valor característico del mallado que hace que los resultados sean independientes de la malla de elementos finitos utilizada. Este valor se recomienda que se calcule como:

$$h = \sqrt{2A} \quad (3.10)$$

Donde:

- $A$ : Área de los elementos finitos.

Dicho esto, la malla modificada utilizada para la aplicación de la fisura distribuida es el siguiente (figura 3.17):

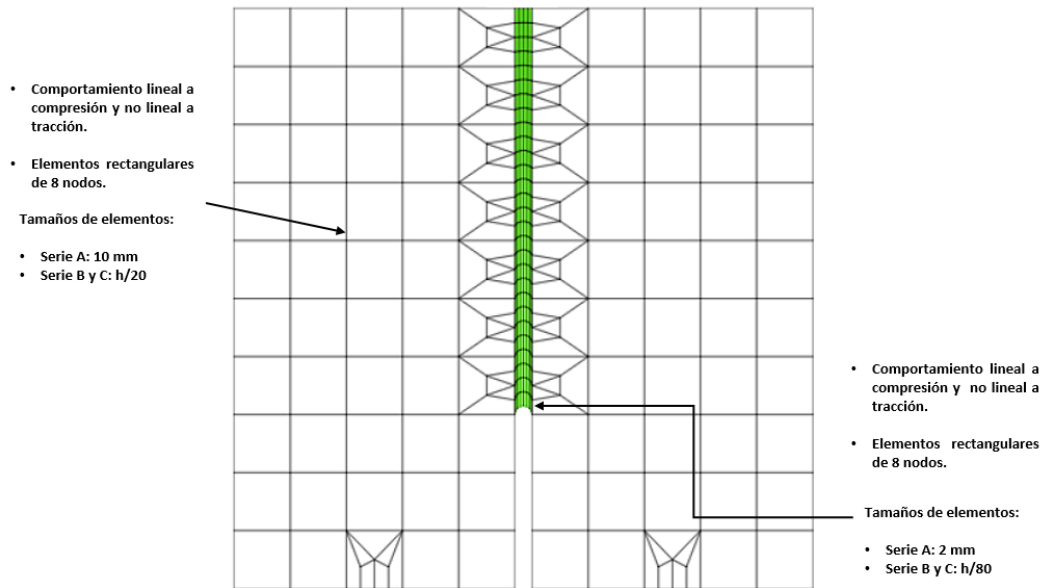


Figura 3.17: Malla utilizada en el método de la fisura distribuida

### 3.6.3 Control numérico del ensayo y obtención de resultados

Las probetas sometidas al ensayo híbrido de tracción indirecta se idealizaron numéricamente como elementos bidimensionales bajo un estado de tensión plana y el tipo de análisis llevado a cabo fue no lineal estático.

Para la solución matemática, se empleó el algoritmo de integración de Newton-Raphson regular (figura 3.18). En este método, se evalúa en cada iteración la relación de la rigidez del sistema y se utilizan pasos de cargas pequeños (100 *pasos*) para evitar respuestas incorrectas al realizar el análisis no lineal.

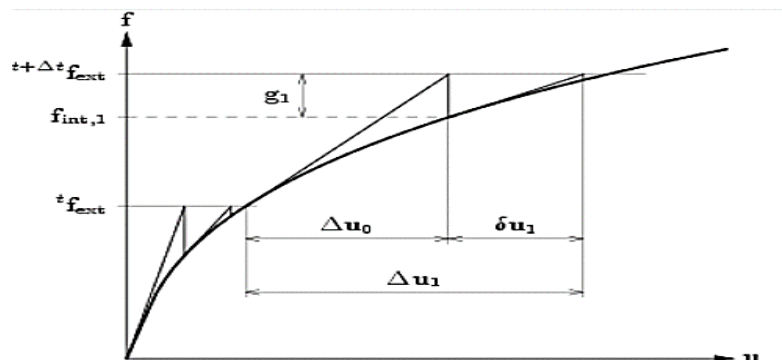


Figura 3.18: Esquema de integración Newton-Raphson



El caso de carga que se controló por este método fue un desplazamiento prescrito en el nodo superior central de la probeta (*figura 3.19*). Por su parte el control de la convergencia del sistema se evaluó por la norma energética, estableciendo que la solución de cada paso de integración se consideraría satisfecha si el balance energético en cada consecuente iteración era menor al 0.5%.

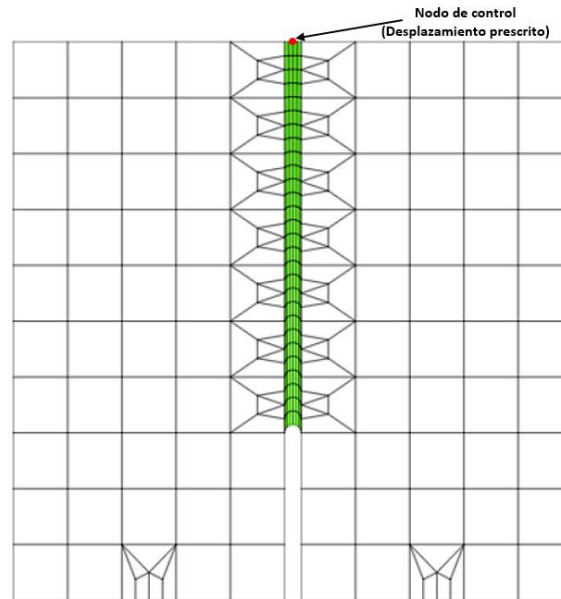


Figura 3.19: Esquema indicativo del nodo de control

Para poder realizar la comparación con los resultados experimentales, se obtuvieron curvas carga-apertura de fisura ( $P - w$ ). La carga aplicada se determinó como la suma de reacciones verticales que se generan en los apoyos y la apertura de fisura se calculó como la separación de los nodos del elemento interface (método discreto) o como el producto de la deformación promedio por el tamaño del elemento (método distribuido) (*figura 3.20*).

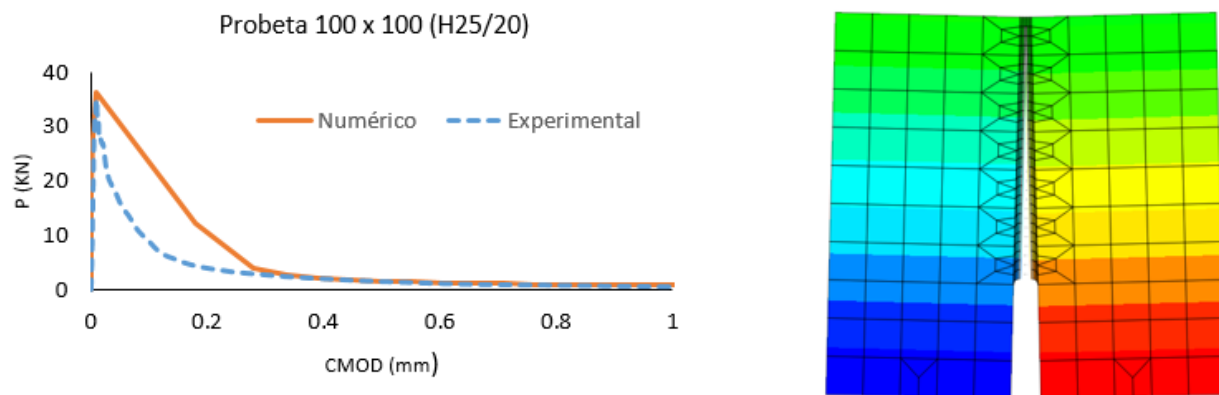


Figura 3.20: Gráfica  $P-w$  y apertura de fisura método discreto

### 3.7 Simplificaciones del modelo numérico

El ensayo híbrido de tracción indirecta descrito en las secciones anteriores presenta como condiciones de contorno dos elementos importantes: la banda de reparto de carga y los apoyos que sostienen a las probetas (figura 3.21).

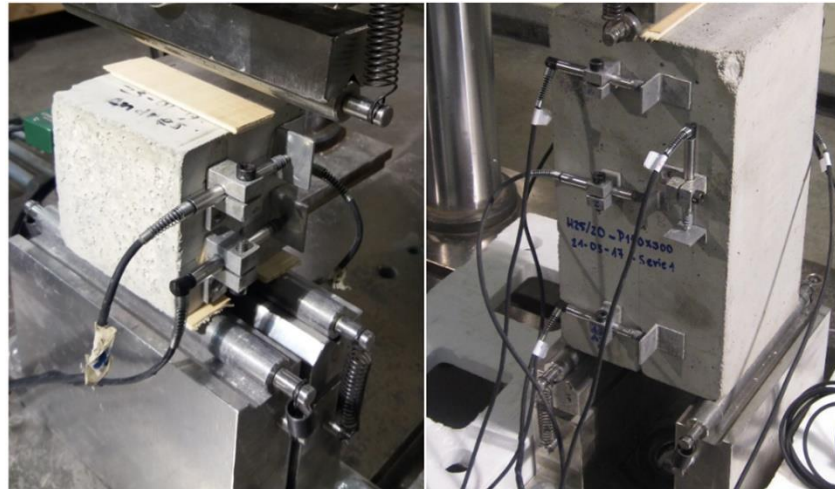


Figura 3.21: Condiciones de contorno ensayo HBST

Para ser totalmente fieles en la simulación numérica de este ensayo, se debería de incluir dichas condiciones tal y como se ensayaron en la realidad. Sin embargo, es posible realizar simplificaciones que conlleven a una mayor facilidad del modelado sin que se vean afectados los resultados finales. A continuación, se muestran dichas simplificaciones.

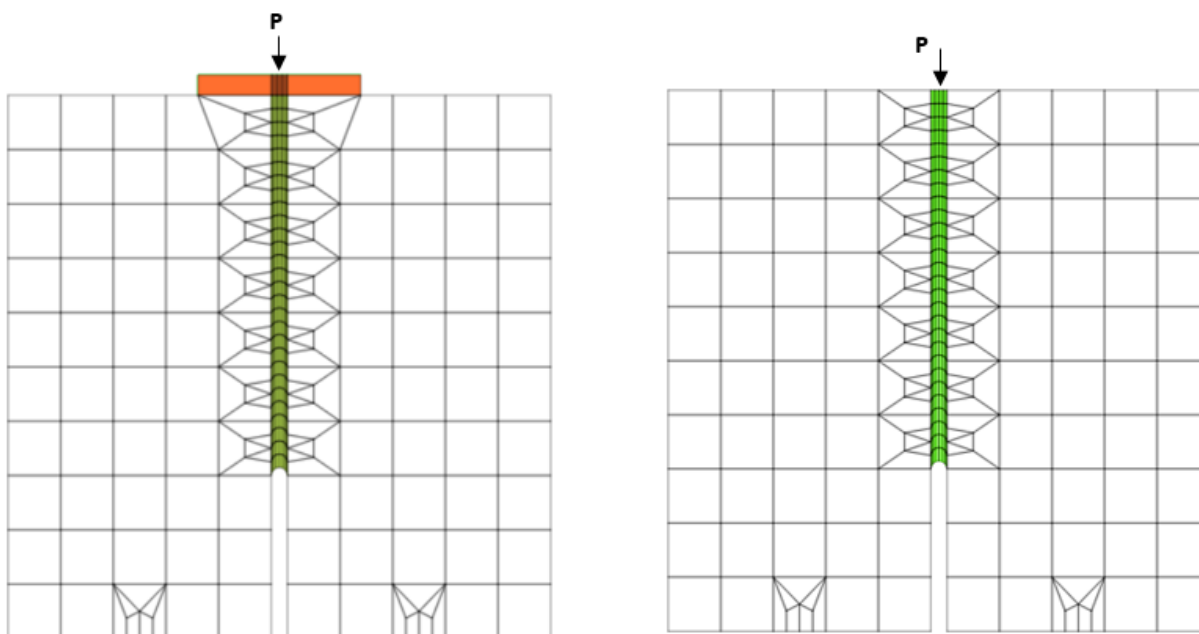
#### 3.7.1 Banda de reparto

En los ensayos experimentales, las probetas fueron cargadas con una banda de apoyo de fibras prensadas de madera. Esta tenía un ancho  $b_{banda} = 30 \text{ mm}$  y un espesor  $t_{banda} = 3.6 \text{ mm}$ . La longitud de contacto entre la banda y la probeta era todo el espesor de esta última.

Debido a que no se contaba con la caracterización mecánica de este tipo de material, se utilizaron valores estándares para poder modelar el comportamiento de este. De esta manera, se definió el módulo de elasticidad  $E_{madera} = 2000 \text{ MPa}$  y su módulo de Poisson como  $\nu = 0.15$

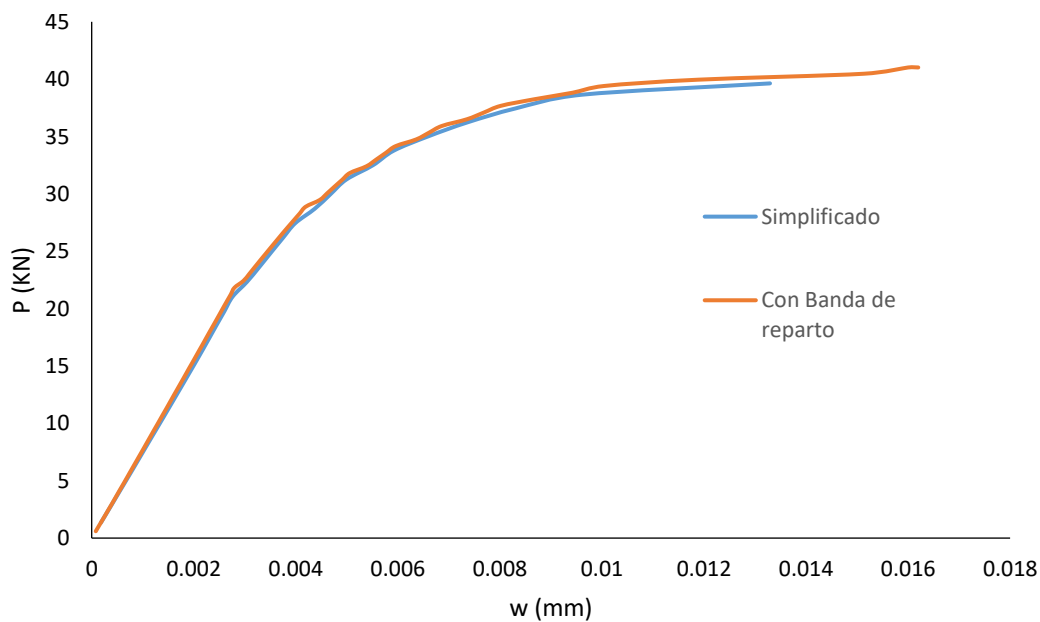
Siendo esto así, se evaluó y comparó la incidencia de la presencia de la banda de reparto de carga en el comportamiento general de la probeta con los resultados obtenidos al obviar esta.

En la *figura 3.22* se muestran los dos modelos a comparar.



*Figura 3.22: Mallado de la probeta incluyendo la banda de reparto de carga y obviando esta.*

Al realizar las simulaciones numéricas de ambos casos, se nos presenta la siguiente situación (*figura 3.23*):



*Figura 3.23: Cargas ultimas alcanzada al utilizar banda de reparto y sin esta para probeta 100 x 100.*

De estos resultados se puede concluir que, al omitir la banda de reparto, el error en que se incurre es en la disminución de aproximadamente un 4% de la carga última alcanzada.

### 3.7.2 Apoyos

La campaña experimental consideró dos tipos de apoyos para llevar a cabo los ensayos. Para probetas que mantenían una esbeltez de  $\lambda = 1$  se utilizó dos apoyos cilíndricos. Uno de estos permitía el movimiento traslacional mientras que el otro restringía el movimiento en todas las direcciones. Por su parte, las piezas que mostraban esbelteces mayores o iguales a  $\lambda = 2$  se optó por la inclusión de apoyos de forma rectangular que contaban con una mayor superficie y por igual limitaban los desplazamientos en todos los sentidos. En ambos casos, el material de estos elementos era de metal (*figura 3.24*).



Figura 3.24: Tipos de apoyos utilizados en la campaña experimental

El efecto proporcionado por estos apoyos se implementó en el modelo numérico al restringir los grados de libertad adecuados en los nodos en que actuaban dichas condiciones de contorno. De esta manera, y considerando que el análisis se está realizando en estructuras bidimensionales, para las probetas con  $\lambda = 1$  se impidió el movimiento en las direcciones  $u_1$  y  $u_{1,2}$ , mientras que para esbelteces  $\lambda \geq 2$  se limitó todos los movimientos y rotaciones ( $u_{1,2,3}$  y  $R_{1,2,3}$ ) (*figura 3.25*).

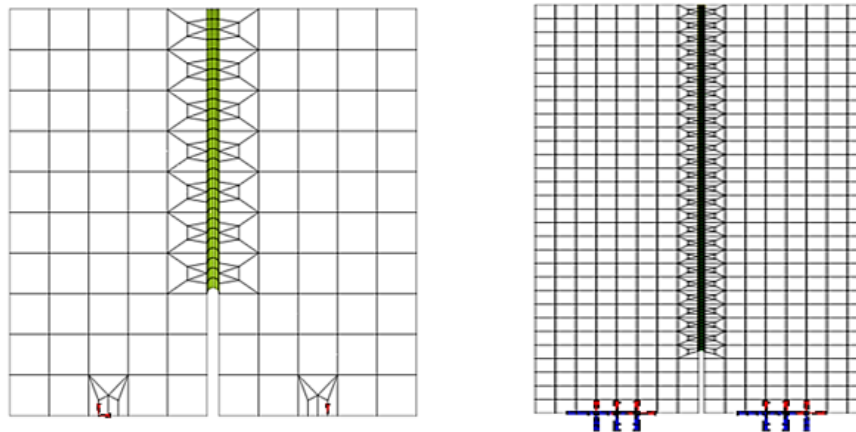


Figura 3.25: Configuración de apoyos para  $\lambda = 1$  y  $\lambda \geq 2$

## 4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

### 4.1 Introducción

En el presente capítulo se presentan los resultados numéricos obtenidos al implementar la metodología descrita en la sección anterior. En base a estos, se pretende desarrollar los objetivos (tanto general como específicos) esbozados en los aspectos introductorios.

La interpretación de los resultados se enfocará en una primera instancia en la comparación de las respuestas obtenidas experimental y numéricamente. En específico, se evalúa la capacidad de predicción (en términos de cargas últimas alcanzadas y abertura de fisura crítica) de los modelos de la fisura cohesiva y distribuida.

Luego de realizada la comparativa, se estudia la influencia de varios parámetros mecánicos y geométricos en la respuesta estructural de los elementos ensayados. Dichos parámetros son la resistencia a compresión del hormigón ( $f_c$ ), el tamaño máximo de árido ( $TMA$ ), la esbeltez de la probeta ( $\lambda$ ) y la relación banda de carga-ancho de probeta ( $b_0/b$ ). Este análisis es llevado a cabo en las tres series propuestas (A, B y C), diferenciando en la presentación y análisis de los resultados la influencia de dichos parámetros en las series que presentan geometría homotética (serie B y C) y la que no (serie A).

Posteriormente, en base a los resultados numéricos, se analiza la incidencia del efecto tamaño en la pieza ensayada bajo el esquema de tracción indirecta híbrida. Este estudio se efectúa mediante la evaluación de la variación de la tensión nominal que presentan las probetas al aumentar sus alturas. De igual manera que en el caso anterior, se muestra esta incidencia por separado en la serie A y las series B y C.

Tomando en cuenta la influencia del efecto tamaño en las series ensayadas, se proponen dos formulaciones para el cálculo del mismo. La primera expresión viene dada por una regresión de tipo exponencial de los resultados numéricos, mientras que la segunda fórmula es la extensión de la ley del efecto tamaño (SEL) determinada por Bažant.

Por último, ambas expresiones son aplicadas al modelo de cortante propuesto por Mari/Cladera y se evalúa el desempeño del mismo ante una base de dato específica para el estudio de vigas esbeltas de hormigón armado sin refuerzo transversal.

## 4.2 Comparación de resultados experimentales y numéricos

Como ya se ha comentado, la campaña numérica se realizó mediante la aplicación de dos modelos de cálculos diferentes: La fisura cohesiva y la fisura distribuida. A partir de este momento, nos referiremos a ambos enfoques por sus siglas en inglés en las tablas y gráficos. De esta manera el primero pasa a ser llamado DCA (discrete crack approach) y el segundo SCA (smeared crack approach).

Los resultados que se evaluarán son curvas de carga-apertura de fisura ( $P - w$ ) y se comparan con los obtenidos experimentalmente por Santander, quien ensayó dos series por cada resistencia analizada ( $SA1$  y  $SA2$ ). Para las probetas que presentan una esbeltez  $\lambda = 1$  la apertura de fisura se examinó en los nodos superiores de la entalla y para esbelteces de  $\lambda \geq 2$  se registró el valor a una distancia de 20 mm desde el borde superior de la pieza. De esta manera, se reproduce exactamente los datos extraídos de manera experimental.

A continuación, se muestran las diferentes curvas obtenidas para cada uno de los tamaños y resistencias ensayadas que definen a la serie A (figuras 4.1-4.3).

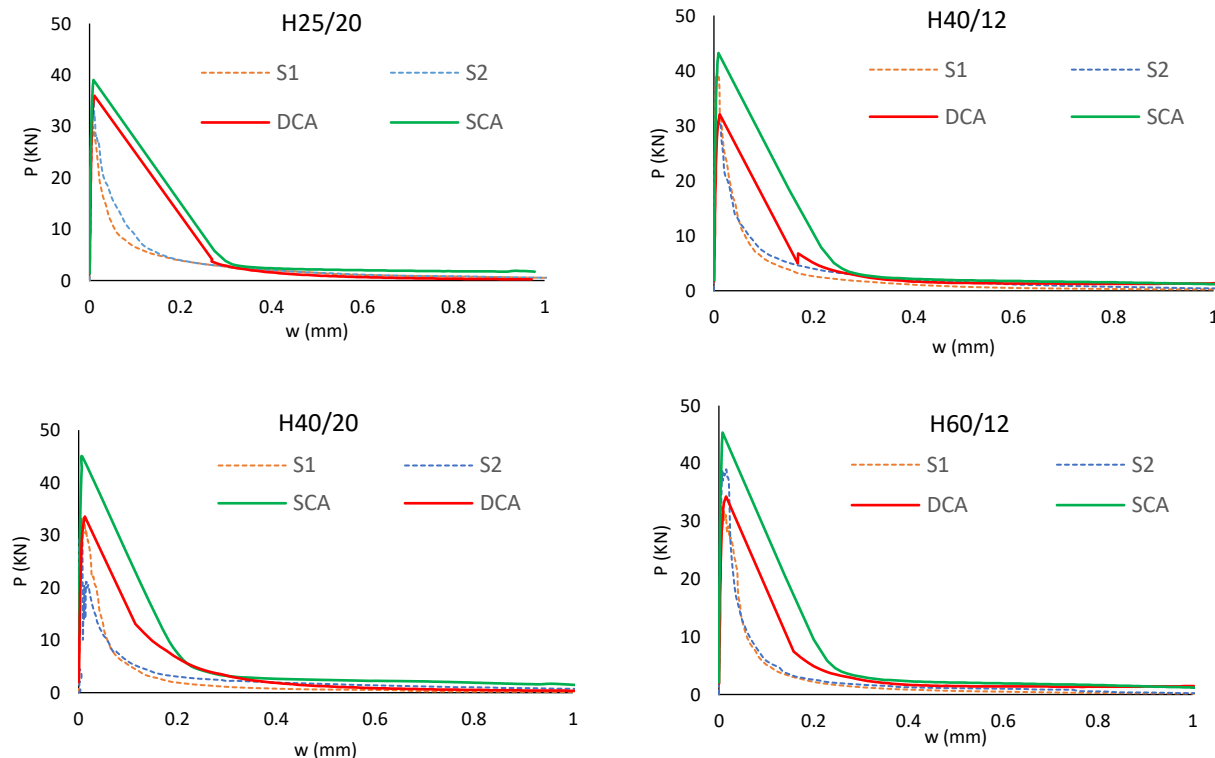


Figura 4.1: Curvas  $P-w$  para probetas de 100 x 100 x 100

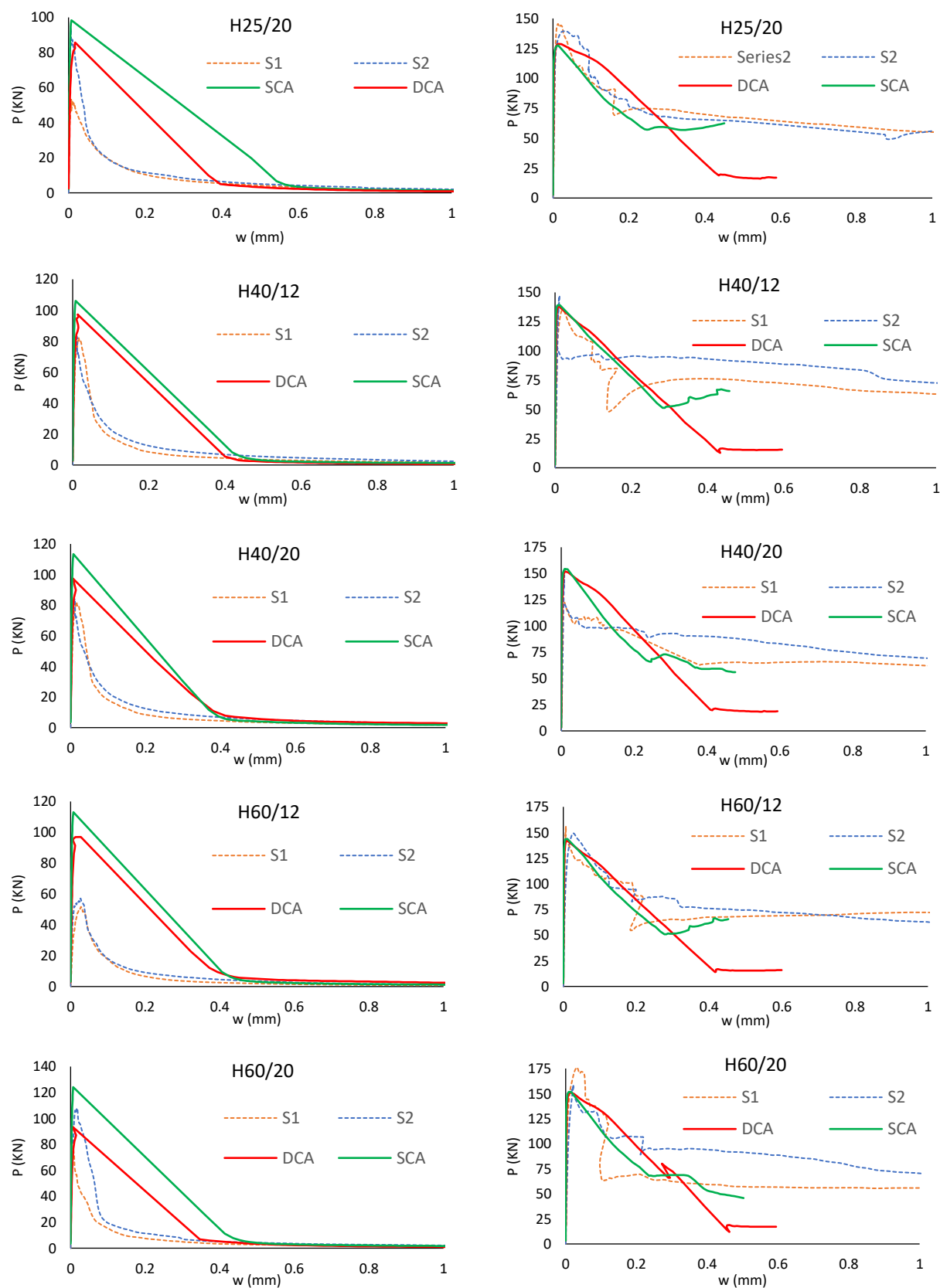


Figura 4.2: Curvas numéricas y experimentales  $P$ - $w$  para probetas 150 x 150 (izquierda) y 150 x 300 (derecha)

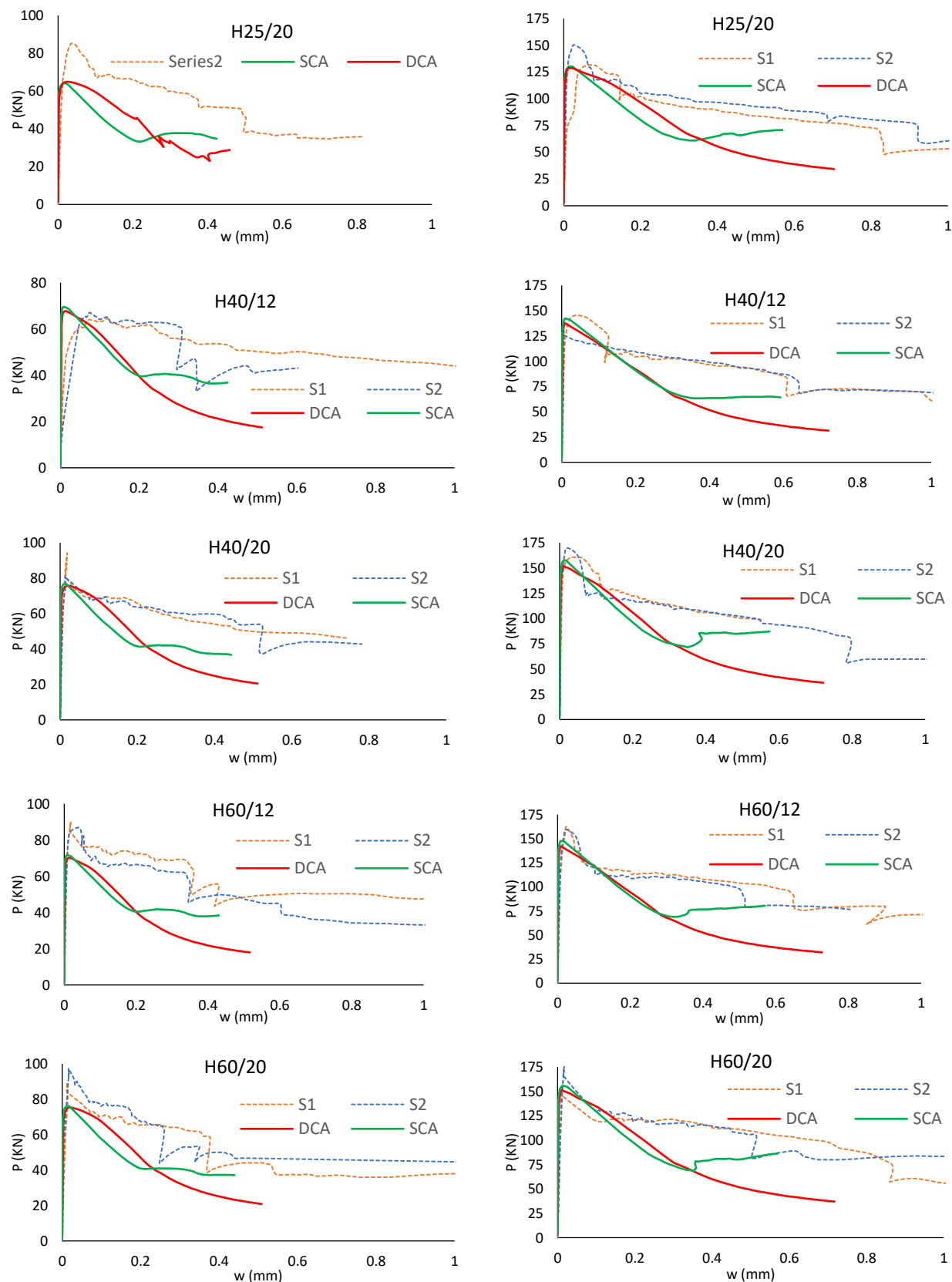


Figura 4.3: Curvas numéricas y experimentales  $P$ - $w$  para probetas de 100 x 400 (izquierda) y 150 x 600 (derecha).



De las gráficas mostradas anteriormente, se puede observar que ambos métodos reproducen de manera satisfactoria el comportamiento de las probetas ensayadas. Para las geometrías con esbelteces  $\lambda = 1$  (alturas de 100 y 150 mm) el modelo de fisura cohesiva presenta mejores resultados en cuanto a la estimación de la carga última alcanzada. Para estas geometrías, el método de la fisura distribuida presenta valores más elevados de la carga máxima que los obtenidos experimentalmente. Esto podría tener su fundamento en que la zona no lineal (en donde se permite el daño) debió considerarse con una mayor extensión a la hora de realizar el modelo numérico.

A pesar de que cualitativamente ambos procedimientos describen correctamente la evolución de la apertura de la fisura con relación a la carga aplicada, ninguno pudo captar el reblandecimiento que presentan los resultados experimentales. Una explicación del porqué de esto reside en el hecho de que, según la simulación numérica, una vez alcanzada la carga máxima la mayoría de los elementos localizados en la zona no lineal fisuran y por tanto solo queda una pequeña área que es capaz de transmitir esfuerzos entre los labios de las fisuras. Por esta razón, los gráficos de las probetas con tamaño de 100 y 150 mm presentan un salto de la apertura la fisura luego de alcanzada la carga máxima hasta 0.2 y 0.4 mm respectivamente. Luego de esto, si que se sigue describiendo (con apego a los resultados experimentales) el pequeño reblandecimiento nominal restante.

Para el caso de piezas con esbelteces  $\lambda \geq 2$  (alturas de 300, 400 y 150 mm), tanto el concepto de la fisura cohesiva como el de la distribuida produjeron resultados parecidos y acordes con los examinados por Santander. Sin embargo, el SCA muestra una mejor capacidad de predicción de la evolución de la fisura. Esto queda evidenciado en el hecho de que las curvas obtenidas con este método captan la platea de resistencia que se genera a partir de una fisura limite. Cabe destacar, que la trayectoria de la fisura se prescribió al aplicar el DCA por lo que parte de estos resultados se pueden atribuir a esta razón.

Al comparar las gráficas anteriores para esbelteces diferentes, se pudo observar que existe un cambio en el mecanismo de colapso. Las probetas con esbeltez igual a la unidad desarrollan un reblandecimiento de tipo exponencial mientras que para esbelteces mayores el reblandecimiento parece ser más lineal hasta llegar a un punto en donde se mantiene un comportamiento platea. Este cambio en el modo de fallo se fundamenta en tres razones: Variación relativa de la geometría, variación en el inicio de la fisura y variación en las condiciones de contorno (apoyos).

De estas tres razones, la variación de la geometría como la de los apoyos son obvias de presenciar. Para demostrar el cambio en el inicio de la fisura, nos apoyamos de la simulación numérica. Para las probetas con  $\lambda = 1$ , la fractura comienza inmediatamente arriba de la entalla y se va propagando hacia la zona de carga a medida que aumenta la intensidad de esta. Una vez alcanzado este punto, una gran parte de los elementos plastifican y entran en régimen de descarga (figura 4.4). Por su parte, las piezas con  $\lambda \geq 2$  inician su proceso de fisuración por el punto de aplicación de carga y se va desarrollando hasta conectar con la entalla o uno de los apoyos (figura 4.5).

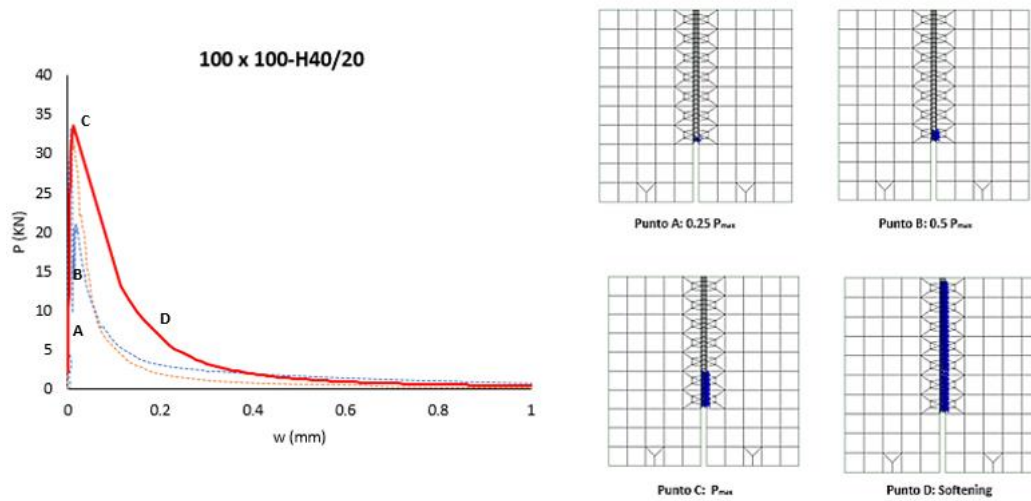


Figura 4.4: Propagación de fisura en probetas con  $\lambda = 1$ .

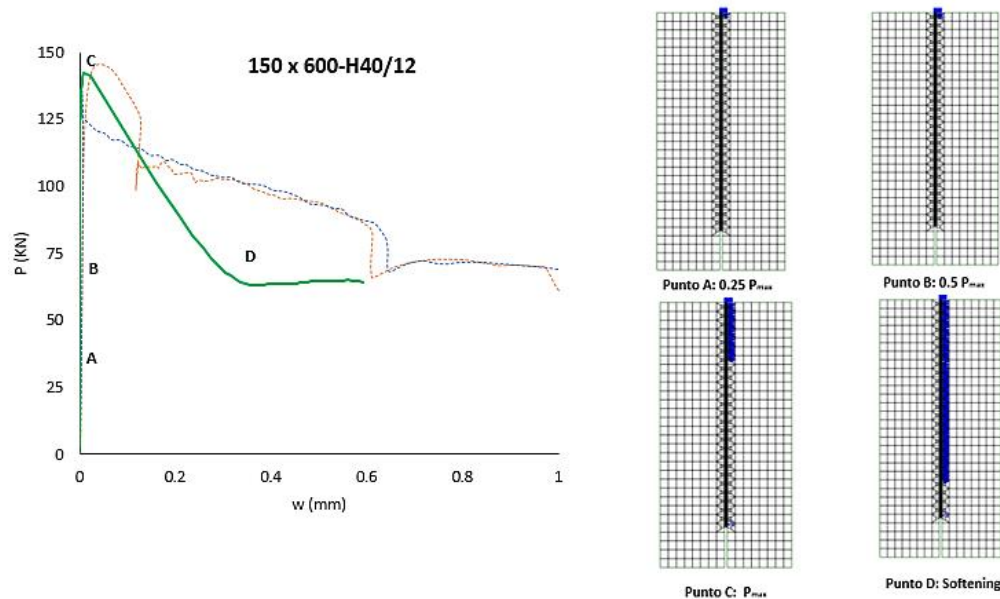


Figura 4.5: Propagación de fisura en probetas con  $\lambda \geq 2$ .

Finalmente, se muestran en las tablas 4-1 y 4-2 los valores de la carga máxima y errores relativos al emplear los métodos DCA y SCA. Como resultado experimental se tabula el promedio de las cargas últimas alcanzadas en las dos probetas que caracterizan a la serie A. En estas tablas, queda evidenciado la aplicabilidad de ambos conceptos a pesar de la dispersión presentada en los resultados experimentales.

Tabla 4-1: Comparación de resultados experimentales, DCA y SCA

Carga máxima obtenida en el ensayo híbrido de tracción indirecta (KN)						
Clase de Hormigón	Resultados	Dimensiones de probetas				
		100 x 100	150 x 150	150 x 300	100 x 400	150 x 600
H25/20	Exp.	32.49	73.39	142.35	85.16	140.95
	DCA	35.95	85.69	128.77	64.88	128.75
	SCA	39.02	98.37	127.56	64.30	130.20
H40/12	Exp.	35.01	83.09	140.86	65.81	140.27
	DCA	32.07	97.28	138.39	67.81	137.91
	SCA	43.19	106.07	139.23	69.59	142.31
H40/20	Exp.	33.17	86.34	142.35	87.51	165.13
	DCA	33.54	97.42	152.00	75.77	151.74
	SCA	44.89	113.36	154.37	76.88	157.69
H60/12	Exp.	35.32	54.40	152.42	88.28	160.76
	DCA	34.27	97.00	142.71	70.15	142.29
	SCA	45.34	113.07	143.76	71.74	147.74
H60/20	Exp.	35.64	91.49	167.52	93.28	169.21
	DCA	37.96	93.53	151.28	75.43	151.17
	SCA	50.56	124.16	151.68	76.13	155.74

Tabla 4-2: Errores relativos al aplicar DCA y SCA

Errores relativos en la predicción de la carga última (%)						
Clase de Hormigón	Método	Dimensiones de probetas				
		100 x 100	150 x 150	150 x 300	100 x 400	150 x 600
H25/20	DCA	10%	14%	10%	24%	9%
	SCA	17%	25%	10%	24%	8%
H40/12	DCA	8%	15%	2%	3%	2%
	SCA	19%	22%	1%	5%	1%
H40/20	DCA	1%	11%	6%	13%	8%
	SCA	26%	24%	8%	12%	5%
H60/12	DCA	3%	44%	6%	21%	11%
	SCA	22%	52%	6%	19%	8%
H60/20	DCA	6%	2%	10%	19%	11%
	SCA	30%	26%	9%	18%	8%

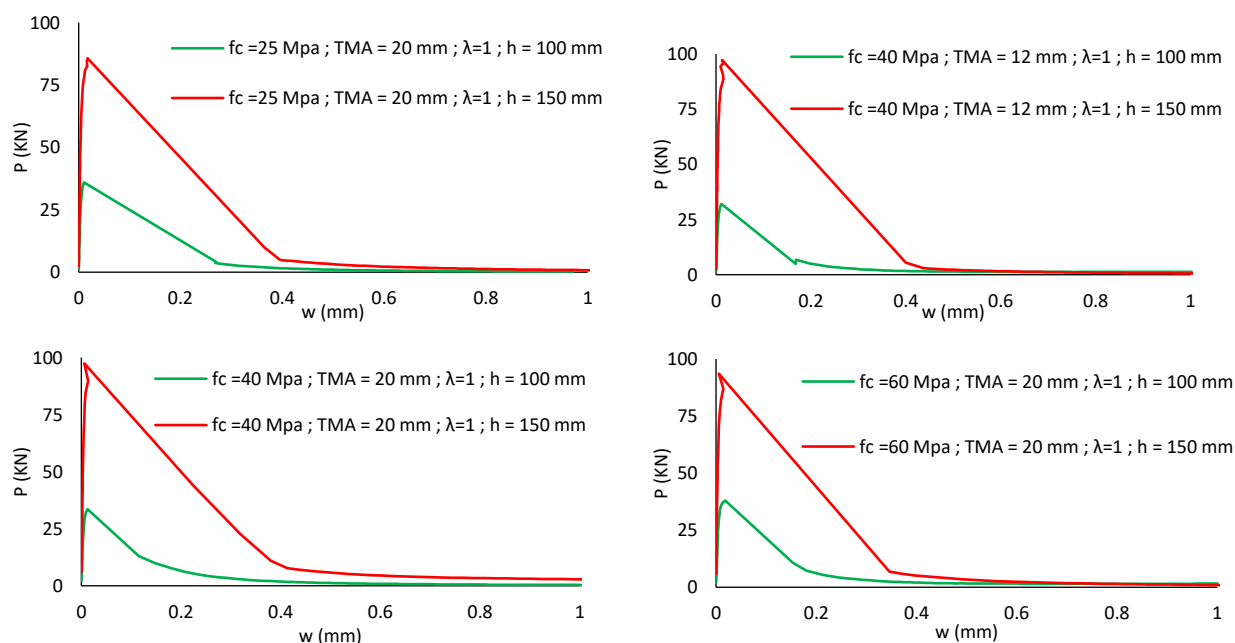
### 4.3 Influencia de los parámetros mecánicos ( $f_c$ , $TMA$ ) y geométricos ( $h$ , $\lambda$ )

En este apartado se estudia la incidencia de varios parámetros que se consideran relevantes a la hora de realizar el ensayo de tracción indirecta híbrido. Se recuerda que en esta campaña se modelaron numéricamente tres series. La primera (serie A) tiene tamaños ( $h$ ) de 100, 150, 300, 400 y 600 mientras que las series geoméricamente homotéticas (B y C) presentan tamaños de 100, 200, 300, 400, 500 y 600. Todas estas se evaluaron para tres resistencias a compresión ( $f_c = 20, 40$  y  $60 \text{ MPa}$ ) y dos tamaños diferentes de áridos ( $TMA = 12$  y  $20 \text{ mm}$ ). Por último, las esbelteces analizadas varían entre 1 y 4.

#### 4.3.1 Tamaño de la probeta ( $h$ )

Para realizar el estudio de la influencia del tamaño en la obtención de las curvas carga-apertura de fisura ( $P - w$ ), es necesario fijar varios parámetros para evitar la contaminación de datos en los resultados buscados. De esta manera, se contempla evaluar la incidencia de la altura de la probeta al mantener constante la resistencia a compresión, el tamaño máximo de árido y la esbeltez ( $f_c$ ,  $TMA$  y  $\lambda$ ) en el presente análisis.

Tomando lo expuesto anteriormente en cuenta, se muestra en la *figura 4.6* el efecto buscado.



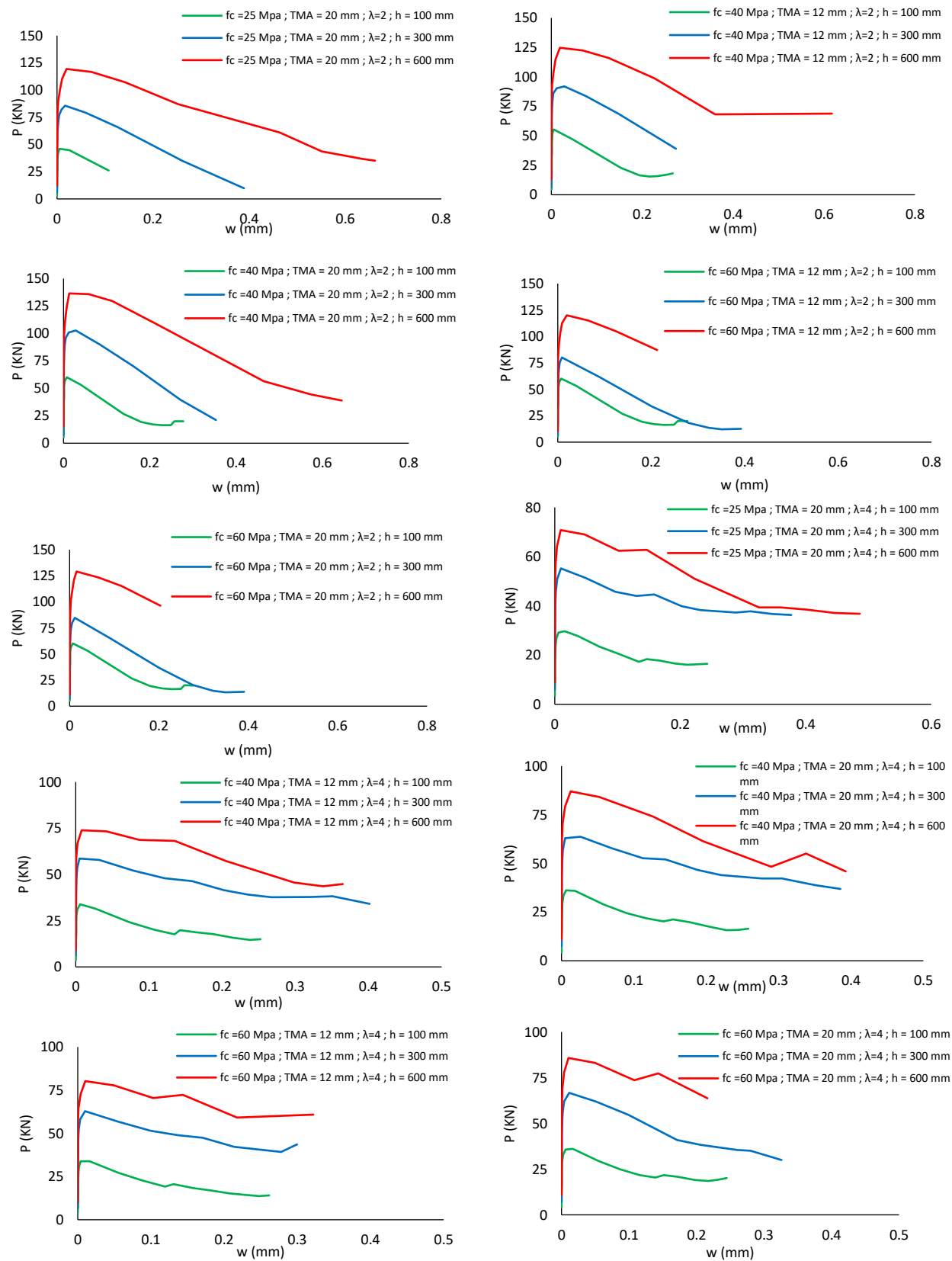


Figura 4.6: Influencia del tamaño de la probeta ( $h$ )

Como era de esperarse, el efecto principal que tienen el tamaño de la probeta en el resultado global de la estructura es el de aumentar la carga máxima que esta puede resistir. De esta manera, se observa que al comparar la respuesta obtenida en la serie A ( $\lambda = 1$ ) para alturas de 100 y 150 mm el aumento en resistencia de un tamaño a otro es significativo. Este llega ser en promedio un 300 % mayor. Por su parte, para las series geoméricamente homotéticas ( $\lambda = 2$  y 4) se percibe la misma tendencia, aunque menos marcada. En estos casos, el aumento es de 250 % pero en un rango de tamaños comprendido entre 100 mm y 600 mm. El aumento tan elevado acaecido en la serie A se debe a que se están comparando probetas que no mantiene un mismo espesor, por lo que entran en juego otros factores que influyen en el resultado final.

En relación con la presencia de fisuras, se puede comentar que mientras más alta es la probeta mayor es la magnitud de la apertura de estas. Por ejemplo, en la serie A se puede apreciar como luego de que es alcanzada la carga máxima el elemento manifiesta un reblandecimiento casi lineal hasta un punto en donde este pasa a ser de tipo exponencial. A medida que el tamaño es mayor, este punto de transición se desplaza más hacia la derecha (pasando de 0.2 mm para la probeta de 100 mm a 0.4 mm para la de 150 mm). Este comportamiento parece ser un efecto exclusivo del modelo numérico utilizado ya que este presenta uno resultados más frágiles que los observados experimentalmente.

#### 4.3.2 Tamaño máximo del árido (*TMA*)

La inclusión de la presencia del tamaño del árido se implementó en el modelo numérico a través de la energía de fractura. De esta manera, a pesar de tener hormigones con la misma resistencia a compresión, el comportamiento de los elementos variaba ligeramente ya unos eran más propensos que otros a fracturarse.

Al igual que en el caso anterior, es necesario fijar la mayor cantidad de parámetros para estudiar la influencia del (*TMA*) en la respuesta estructural de los elementos ensayados. En este caso los parámetros que se mantienen constantes son:  $f_c$ ,  $h$ ,  $\lambda$  y  $b_0/b$ .

Los resultados que se muestran a continuación pertenecen a la serie A. Se decide por solo mostrar estos ya que el comportamiento es similar al obtenido en las series B y C.

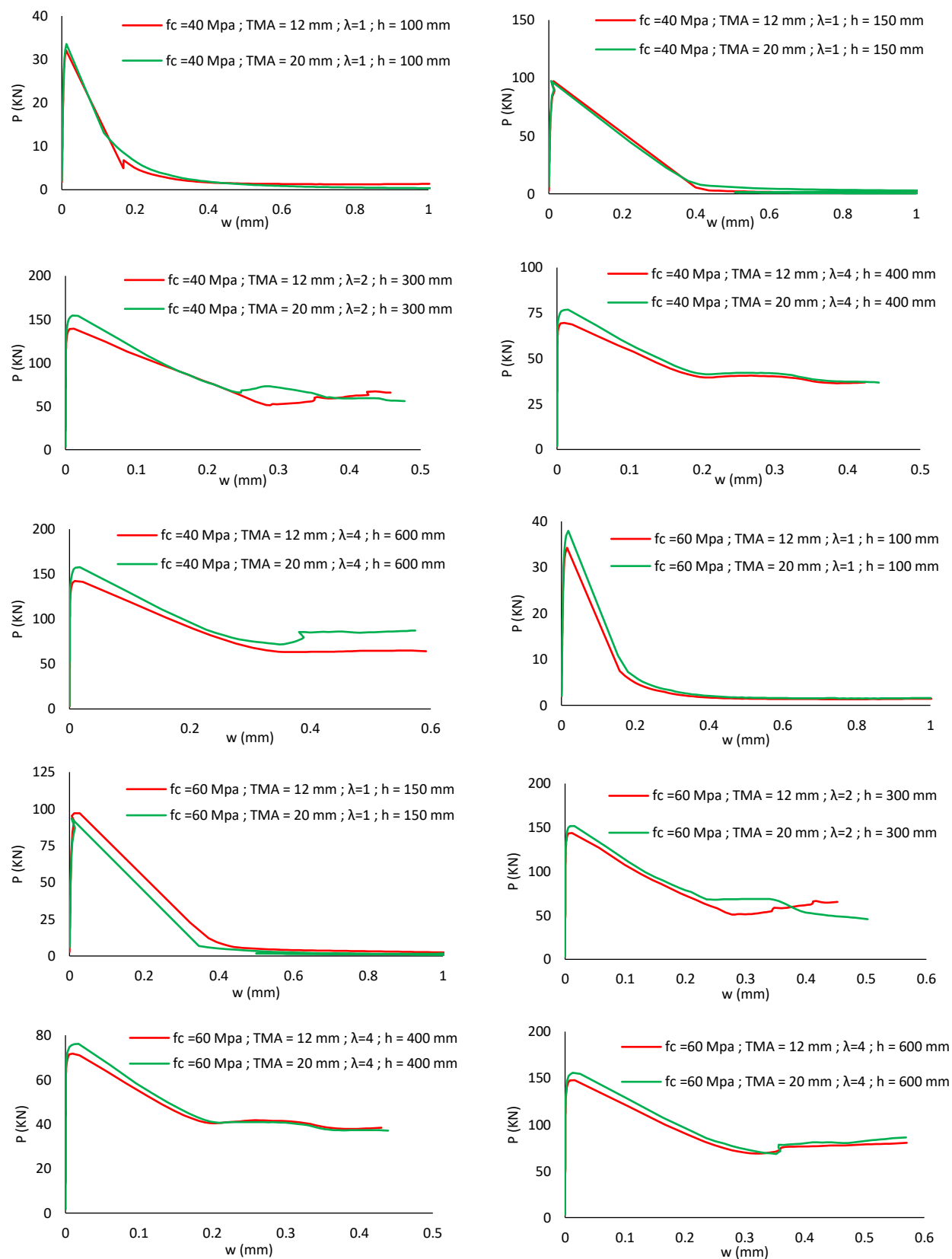


Figura 4.7: Influencia del tamaño máximo del árido (TMA)

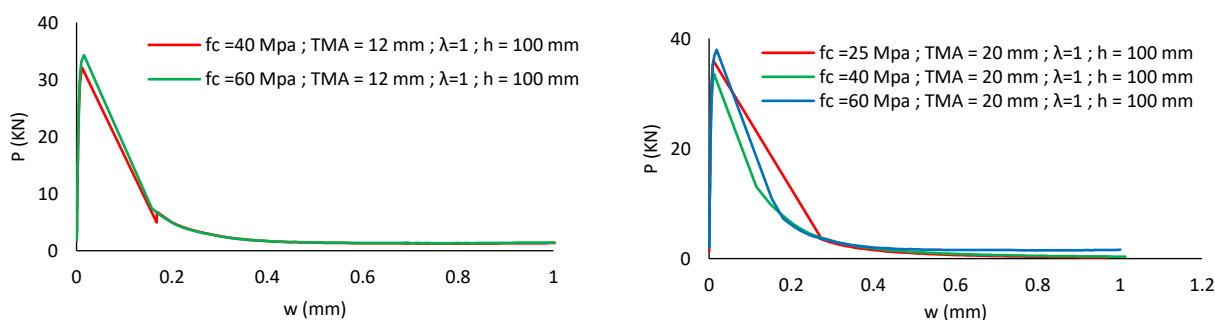
Visto los resultados mostrados en la *figura 4.7*, la incidencia del tamaño máximo del árido en la respuesta global del elemento es mínima y por tanto en el efecto tamaño debe ser imperceptible. Ninguno de las probetas cambia significativamente su comportamiento y en casos puntuales la carga ultima alcanzada experimenta un ligero aumento con el árido de mayor dimensión. Este se puede asociar al incremento marginal de la resistencia a tracción que existe de un tipo de hormigón a otro al variar su composición granulométrica.

El comportamiento exhibido en los gráficos anteriores se podía intuir sin mayor dificultad ya que el parámetro que tomaba en cuenta la presencia del árido en el modelo numérico (energía de fractura), variaba muy poco en los hormigones examinados (de 0.121 a 0.142  $N/mm$  para hormigones de 40  $MPa$  y de 0.123 a 0.145  $N/mm$  para resistencias de 60  $MPa$ ). En cuanto a la evolución de la apertura de fisura, no se aprecia ninguna modificación que se pueda adjudicar al tamaño del árido.

### 4.3.3 Resistencia a compresión ( $f_c$ )

En la presente campaña numérica se evaluaron tres resistencias a compresión diferente (20, 40 y 60  $MPa$ ). A pesar de no ser un parámetro que interviene directamente (por si solo) en el modelo numérico, su influencia está presente en las diferentes propiedades mecánicas que se utilizaron para definir el modelo constitutivo del material ( $E$ ,  $f_t$  y  $G_f$ ).

Para el estudio de su influencia se mantuvo constante los valores del tamaño máximo del árido, la altura y la esbeltez. Al igual que en el caso anterior, se opta por solo representar los resultados relacionados a la serie A ya que las tendencias que presenta son similares a las otras series propuestas.





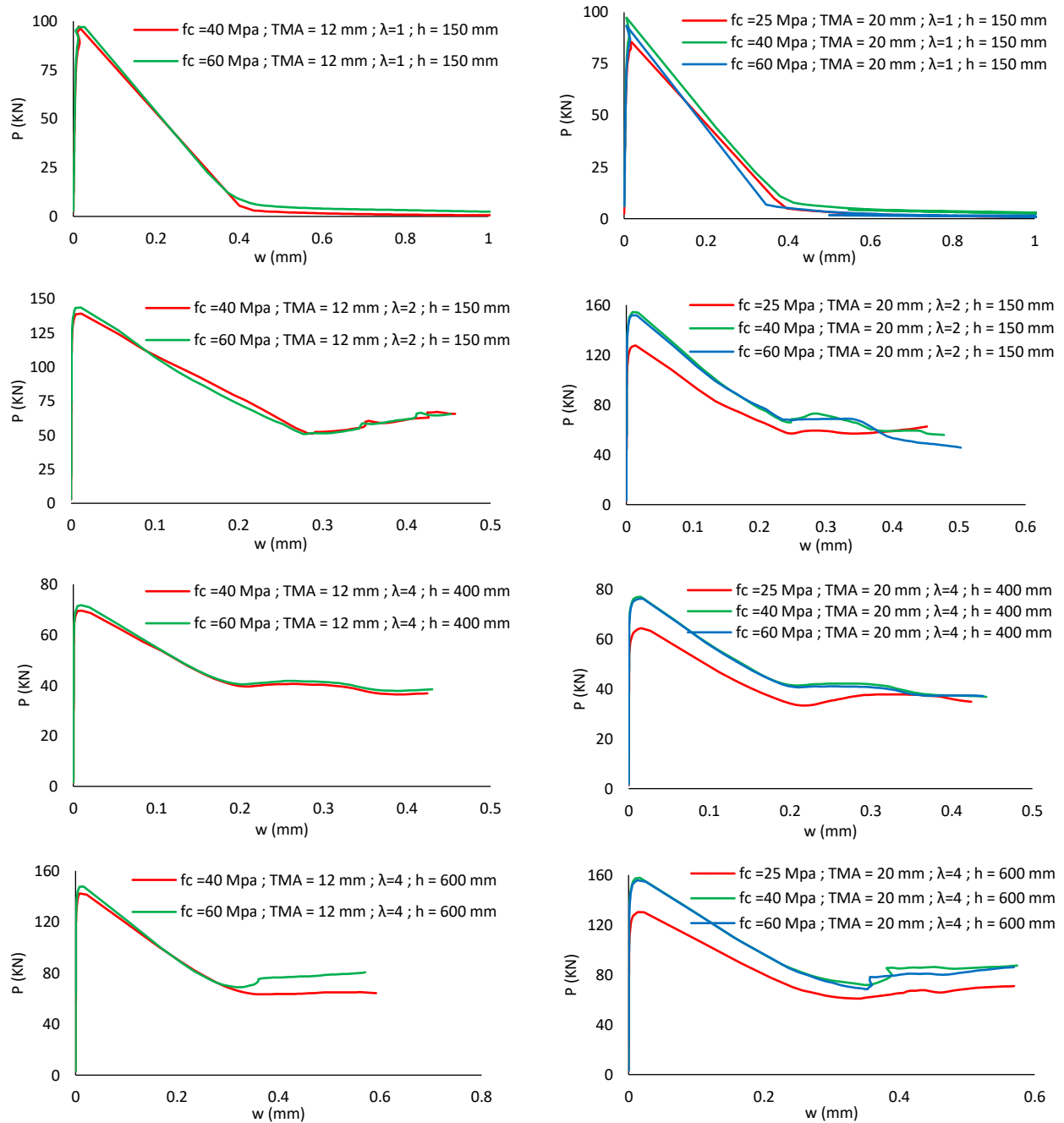


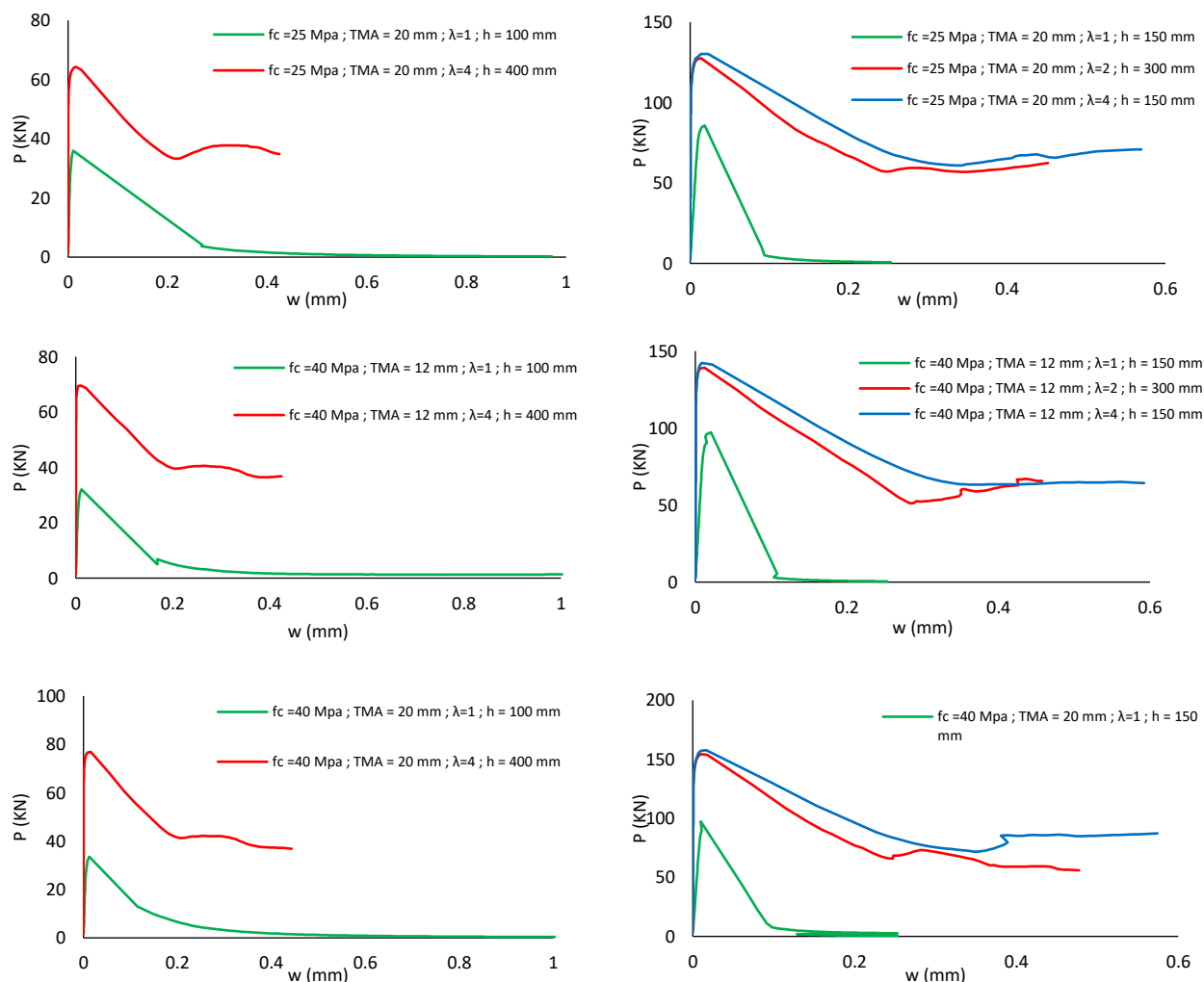
Figura 4.8: Influencia de la resistencia a compresión  $f_c$

Como se puede apreciar en la *figura 4.8*, el efecto de la resistencia a compresión solo queda evidenciado en el cambio de 25 MPa a 40 MPa. Resultaría lógico que para la siguiente variación de resistencia (40 MPa a 60 MPa) se experimentará algún aumento significativo en la carga máxima alcanzada, más sin embargo esto no es así. La razón por la cual no sucede esto es que los ensayos de caracterización mostraron que los hormigones fabricados para un  $f_c$  de 60 MPa no desarrollaron la resistencia buscada (45 MPa a 52 MPa).

Además, se ha comentado que la resistencia a compresión no interviene directamente en los resultados del ensayo híbrido de tracción indirecta. Un parámetro más característico es la propia resistencia a tracción la cual según la caracterización de los materiales se encontraba en un rango de  $4.2 \text{ MPa}$  a  $4.3 \text{ MPa}$ . Dicho esto, resulta consecuente que los resultados obtenidos muestren el comportamiento ya descrito.

#### 4.3.4 Esbeltez ( $\lambda$ )

El último parámetro que se estudiará es la esbeltez. Para ello se mantendrá como valores fijos la resistencia a compresión  $f_c$  y el tamaño máximo de árido ( $TMA$ ). La serie que presenta una mayor variación de esbelteces es la serie A por lo que el estudio de su influencia se basará en los resultados obtenidos en dicha serie. En la *figura 4.9* se muestran dichos resultados.



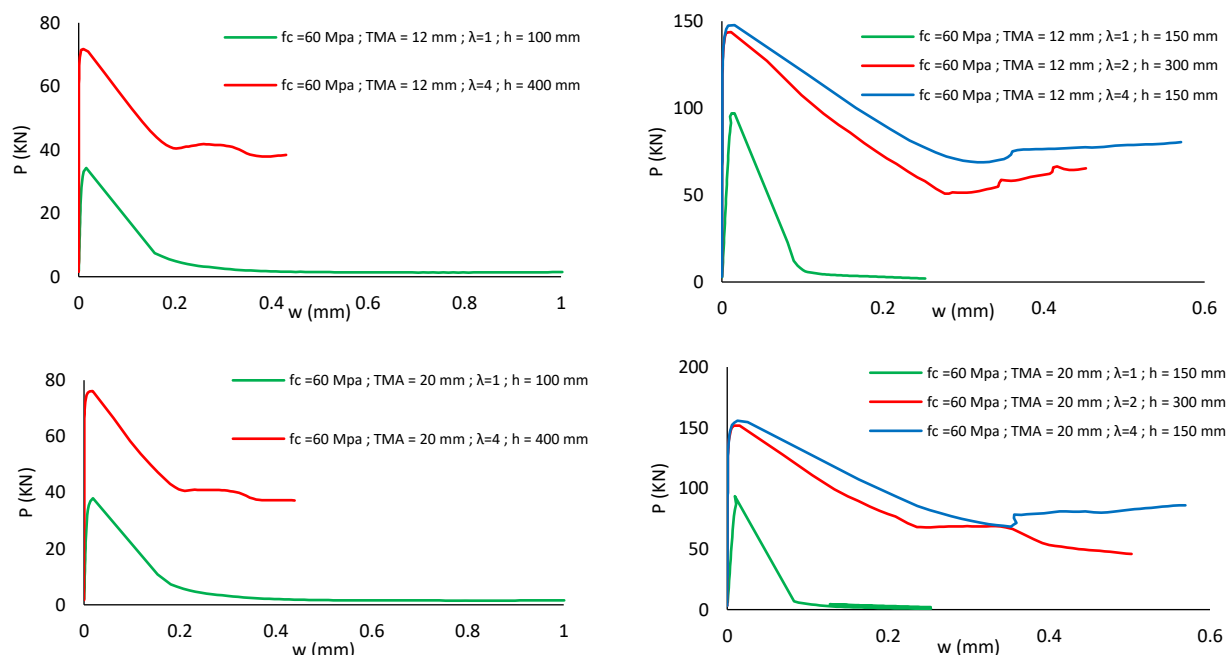


Figura 4.9: Influencia de la esbeltez  $\lambda$

De las gráficas anteriores, que bastante claro que la esbeltez es el parámetro más determinante en el comportamiento del elemento analizado. Se aprecia que para esbelteces  $\lambda = 1$  la curva característica  $P - w$  describe un comportamiento de reblandecimiento de tipo exponencial, el cual es común en el hormigón. Cuando la geometría pasa a tener una esbeltez  $\lambda \geq 2$ , se suscita un cambio en el mecanismo de colapso que produce que se observe un efecto meseta en donde se mantiene una resistencia constante. En el apartado 4.2 se explicó porque se produce este cambio.

Cabe destacar que para las probetas con base de 100 mm el aumento de la resistencia con la variación de la esbeltez de 1 a 4 es de aproximadamente 2.5. Al no aumentar proporcionalmente la resistencia con el tamaño, queda evidenciado que existe un marcado efecto tamaño en estos elementos. Esta tendencia es más marcada aun en las probetas con base de 150 mm. Si bien el aumento inicial de la carga última es menor que en el caso anterior, llega un punto en donde probetas con diferentes esbelteces (2 y 4) presentan el mismo nivel de carga. Esto implica que la variación de la tensión nominal en estas probetas será mayor que la predicha por la mecánica de fractura.

Por último, se destaca que, aunque no se mostrara los resultados obtenidos en las series B y C estos presentan la misma tendencia que la explicada anteriormente. Se decidió por no incluir dichos resultados en este apartado para no redundar en lo ya explicado.

#### 4.4 Estudio preliminar del efecto tamaño en los resultados numéricos del ensayo HBST

Para obtener una relación indicativa de la presencia del efecto tamaño, es necesario evaluar la variación de la tensión nominal generada en las diferentes probetas ensayadas a tracción indirecta híbrida. Una expresión para obtener esta magnitud se presentó en la sección del estado del arte (*ecuación 2.1*). Sin embargo, su aplicación solo es válida para geometrías homotéticas.

Debido a que la serie A no cumple con este requisito, se debe buscar otra manera de evaluar dichas tensiones. Tomando esto en cuenta, Santander propone una formulación que permite calcular una carga adimensional que sustituye la necesidad de utilizar la *ecuación 2.1*

Su expresión (determinada a partir de *la figura 4.10*) toma la siguiente forma:

$$\sigma = \frac{P_u}{A^*} = \frac{P_u}{f_c \cdot b \cdot h_0} \quad (4.1)$$

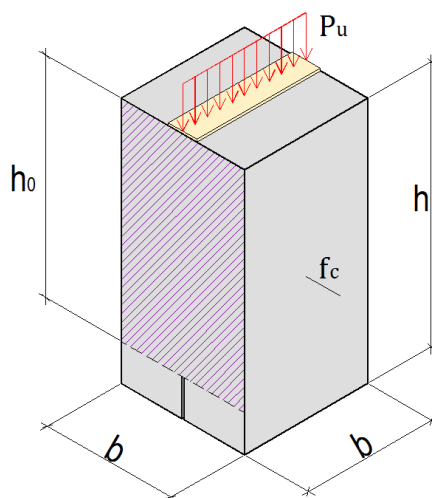


Figura 4.10: Parámetros que intervienen en la carga adimensional

Todos los parámetros que interviene en el cálculo de esta tensión nominal son conocidos, por lo que su obtención no presenta mayores problemas. Además, una ventaja que permite esta formulación es la de comparar diferentes resultados en base a diferentes resistencias abarcando de esta manera un universo más amplio de datos.

Basado en lo expuesto anteriormente, se presenta en la *figura 4.11* la tendencia del efecto tamaño en este ensayo para la serie A. De igual manera, en la tabla 4-3 se muestran los resultados con que se realizaron este análisis.

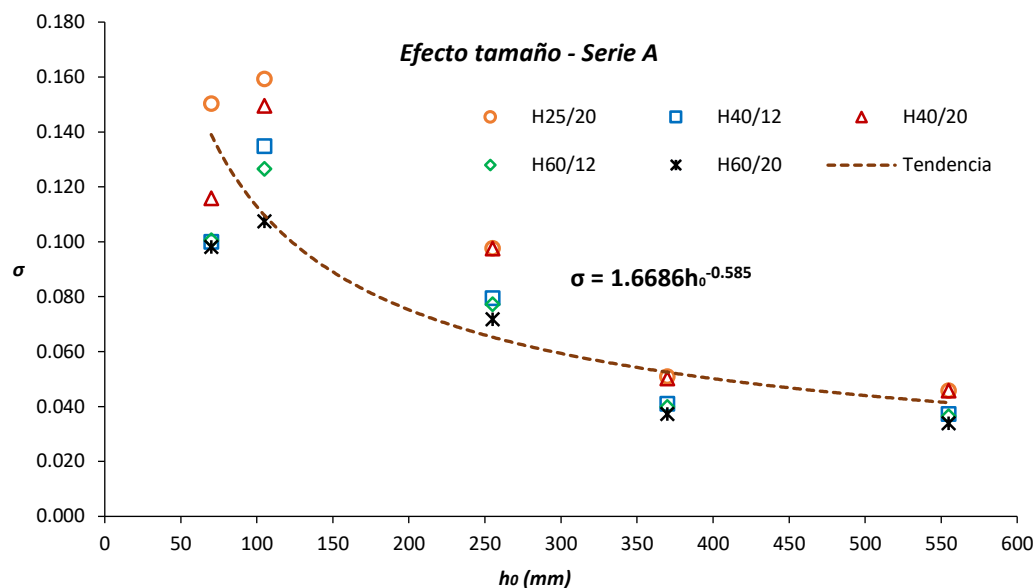


Figura 4.11: Representación de las tensiones nominales de la serie A y tendencia exponencial

Tabla 4-3: Resumen de datos para el cálculo de la tensión nominal (Serie A)

Clase de Hormigón	$h$ (mm)	$b$ (mm)	$P_u$ (KN)	$f_c$ (MPa)	$h_0$ (mm)	$\sigma_A$
H25/20	100	100	35.95	34.15	70	0.15
	150	150	85.69	34.15	105	0.16
	300	150	127.56	34.15	255	0.10
	400	100	64.30	34.15	370	0.05
	600	150	130.20	34.15	555	0.05
H40/12	100	100	32.07	45.79	70	0.10
	150	150	97.28	45.79	105	0.13
	300	150	139.23	45.79	255	0.08
	400	100	69.59	45.79	370	0.04
	600	150	142.31	45.79	555	0.04
H40/20	100	100	33.54	41.37	70	0.12
	150	150	97.42	41.37	105	0.15
	300	150	154.37	41.37	255	0.10
	400	100	76.88	41.37	370	0.05
	600	150	157.69	41.37	555	0.05
H60/12	100	100	34.27	48.67	70	0.10
	150	150	97.00	48.67	105	0.13
	300	150	143.76	48.67	255	0.08
	400	100	71.74	48.67	370	0.04
	600	150	147.74	48.67	555	0.04
H60/20	100	100	37.96	55.25	70	0.10
	150	150	93.53	55.25	105	0.11
	300	150	151.68	55.25	255	0.07
	400	100	76.13	55.25	370	0.04
	600	150	155.74	55.25	555	0.03

Como se puede apreciar en la gráfica anterior, la incidencia del efecto tamaño parece ser muy marcada en estos elementos. El exponente  $-0.585$  indica que el comportamiento global de todas las probetas sobrepasa la predicción realizada por la LEFM. Con respecto a los resultados experimentales, se ve un aumento significativo en la magnitud de dicho efecto ya que el exponente varía de  $-0.48$  a  $-0.58$ .

Una posible explicación de estos resultados reside en el hecho de que las geometrías ensayadas en la serie A no mantienen su similitud geométrica al aumentar de tamaño. Esto podría implicar que se incluya la presencia de otros tipos de efecto tamaño que acentúen el comportamiento observado.

En cuanto a las tendencias generales que se aprecia en la *figura 4.11*, cabe destacar que en la transición de tamaños de  $100$  a  $150\text{ mm}$  se experimenta un aumento de la tensión nominal negando esto la evolución esperada en un gráfico de este tipo. Además, para los tamaños más elevados se observa que dichas tensiones mantienen un valor que se puede considerar constante por lo que indicaría (en un principio) que se contaría con una magnitud asintótica como límite inferior.

Visto que para la serie A el efecto tamaño parece ser muy fuerte, se decide por estudiar las tendencias generadas en las series que son homotéticas (B y C). La evaluación de la resistencia nominal para estas series se realiza mediante la *ecuación 2.1*. Recordando, esta expresión toma la siguiente forma:

$$\sigma_N = C_N \frac{P}{bD}$$

Cabe destacar que tanto la *ecuación 2.1* como la *4.1* son prácticamente similares. La diferencia reside en que para esta última el parámetro  $C_N$  toma el valor de  $1/f_c$  y de esta forma normaliza la carga dándole una forma adimensional.

Otro aspecto por destacar es que como las geometrías que se estudiarán a continuación son homotéticas, para la obtención del exponente que indica la variación del efecto tamaño, da igual que se utilice como parámetro de referencia la altura real total de la probeta o la que toma en cuenta la entalla. El único cambio que se acaece es en el coeficiente que acompaña a la expresión exponencial.

De esta manera, se muestra en la *figura 4.12* leyes de efecto tamaño para dichas series y en la *tabla 4-4* los resultados numéricos para la obtención de estas.

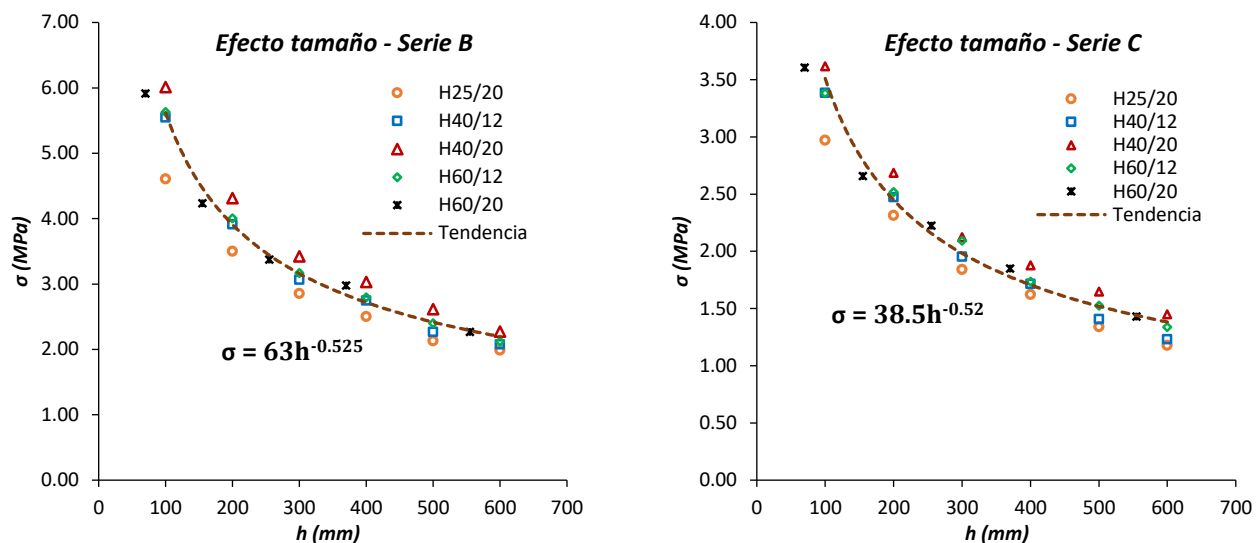


Figura 4.12: Tendencias del efecto tamaño para las series B y C

Tabla 4-4: Resultados numéricos para la obtención de la tensión nominal (series B y C)

Clase de Hormigón	$h$ (mm)	$b$ (mm)	$P_{u, B}$ (KN)	$P_{u, C}$ (KN)	$\sigma_B$ (MPa)	$\sigma_C$ (MPa)
H25/20	100	100	46.06	29.71	4.61	2.97
	200	100	69.99	46.27	3.50	2.31
	300	100	85.67	55.22	2.86	1.84
	400	100	100.04	64.92	2.50	1.62
	500	100	106.51	67.11	2.13	1.34
	600	100	119.40	70.79	1.99	1.18
H40/12	100	100	55.47	33.85	5.55	3.38
	200	100	78.21	49.46	3.91	2.47
	300	100	91.95	58.59	3.06	1.95
	400	100	109.91	68.58	2.75	1.71
	500	100	113.33	70.41	2.27	1.41
	600	100	124.71	73.89	2.08	1.23
H40/20	100	100	60.12	36.18	6.01	3.62
	200	100	86.32	53.71	4.32	2.69
	300	100	102.71	63.70	3.42	2.12
	400	100	121.34	75.09	3.03	1.88
	500	100	130.85	82.48	2.62	1.65
	600	100	136.51	86.97	2.28	1.45
H60/12	100	100	56.32	33.84	5.63	3.38
	200	100	80.09	50.37	4.00	2.52
	300	100	95.04	62.84	3.17	2.09
	400	100	111.92	69.44	2.80	1.74
	500	100	120.02	76.34	2.40	1.53
H60/20	100	100	59.14	36.08	5.91	3.61
	200	100	84.70	53.17	4.24	2.66
	300	100	101.21	66.70	3.37	2.22
	400	100	119.11	74.00	2.98	1.85
	500	100	129.08	81.38	2.58	1.63

En estas series se observa que el efecto tamaño se atenúa con respecto a la serie A. Sin embargo, su magnitud sigue siendo ligeramente mayor a la predicha por la mecánica de fractura lineal. En promedio, para ambas esbelteces ( $\lambda = 2$  y  $4$ ), el exponente que modifica la tensión nominal toma un valor de  $-0.52$ .

En cuanto al comportamiento general de ambas series, se puede indicar que la evolución de la tensión nominal describe una tendencia lógica en donde con cada consecuente incremento de tamaño la tensión disminuye.

Teniendo en cuenta los puntos anteriores (correcta evolución de la tensión nominal y decremento del exponente en la regresión estadística) queda claro que se debería evaluar elementos homotéticos en todas sus dimensiones para así evitar la posible inclusión de otros factores que afecten en la respuesta última obtenida.

Por último, se destaca que en la figura 4.12 no se aprecia claramente un comportamiento asintótico en la evaluación de la tensión nominal en los tamaños de mayor envergadura por lo que (para el rango estudiado) no se podría hablar de un límite inferior que se corresponda a un comportamiento platea.

#### 4.5 Formulación del efecto tamaño basado en la ley exponencial

En el apartado anterior, se determinaron mediante regresiones de tipo exponencial la tendencia de la variación de la tensión nominal para las series A, B y C. Debido a que las dos últimas presentan un comportamiento más adecuado, la formulación del efecto tamaño propuesto en esta sección se basaran en dichas expresiones. A modo de recordatorio, se presentan a continuación ambas ecuaciones:

$$\sigma_B = 63h^{-0.525} \text{ (MPa)} \quad (4.2)$$

$$\sigma_C = 38.5h^{-0.52} \text{ (MPa)} \quad (4.3)$$



Debido a que las ecuaciones 4.2 y 4.3 presentan unidades de tensiones, se propone adimensionarla para que de esta manera se pueda utilizar como factor de efecto tamaño en los modelos mecánicos de cortante. Para lograr esto, se referencia con respecto a un tamaño determinado las expresiones en cuestión. Dicho esto, la formulación del efecto tamaño pasa a tener la siguiente forma:

$$\xi = \frac{\sigma_{(B,C)}(h)}{\sigma_{(B,C)}(h_{ref})} \quad (4.4)$$

Para determinar el tamaño de referencia con el cual se les da forma adimensional a las ecuaciones de tensiones nominales, nos basamos en los resultados de Bažant. De manera experimental este ha demostrado que el tamaño de referencia en vigas esbeltas de hormigón es de 200 mm. Teniendo esto en cuenta, y tomando en consideración la relación existente entre el tamaño de la probeta ensayadas a tracción indirecta híbrida (ecuación 3.6) para una ratio promedio de  $(a/d = 4)$  y el canto de la viga se llega a la siguiente conclusión:

$$h_{ref} = 1.04d \quad (4.5)$$

Evalutando la ecuación 4.5 para un canto de 200 mm, resulta en un tamaño de referencia de 208 mm. Siendo esto así, las expresiones que toman en consideración el efecto tamaño en nuestra campaña numérica tienen la siguiente forma (ecuación 4.6 y 4.7):

$$\xi_B = \frac{63h^{-0.525}}{63(208)^{-0.525}} = \frac{16.5}{h^{0.525}} \quad (4.6)$$

$$\xi_c = \frac{38.5h^{-0.52}}{38(208)^{-0.52}} = \frac{16}{h^{0.52}} \quad (4.7)$$

Como se puede apreciar, ambas formulaciones son similares por lo que el uso de cualquiera de esta resultaría en el mismo resultado. Cabe destacar que a la hora de evaluar las formulas propuestas, el parámetro  $h$  hace referencia a la longitud de la fisura en la cabeza de compresión en vigas esbeltas de hormigón. Recordando:

$$h_{simp} = 0.21d\sqrt{1 + 1.289(a/d)^2}$$

Esta se puede describir como:

$$h = \varphi_{simp}d; \quad \varphi_{simp} = 0.21\sqrt{1 + 1.289(a/d)^2} \quad (4.8)$$

De esta manera, la expresión final del efecto tamaño toma la siguiente forma:

$$\xi_1 = \frac{16}{(\varphi_{simp} d)^{0.52}} \quad (4.9)$$

#### 4.6 Formulación del efecto tamaño basado en la mecánica de fractura

Aplicando los conceptos de la mecánica de fractura no lineal, Bažant determinó la Ley de Efecto Tamaño (SEL) que describe la transición entre el comportamiento plástico y el LEFM. La misma tiene la siguiente forma:

$$\sigma_{Nu} = \frac{Bf_t}{\sqrt{1 + D/D_0}} \quad (4.10)$$

Aunque en principio esta formulación no se puede aplicar a los resultados en manos (debido a que indican un efecto tamaño mayor al LEFM), se propone la utilización de esta argumentado que el límite impuesto por el LEFM ( $-0.5$ ) se ve desplazado hacia el exponente determinado numéricamente ( $-0.52$ ).

Dicho esto, la manera de determinar los parámetros necesarios en la fórmula de Bažant, es realizando una regresión lineal de los resultados obtenidos. Para ello es necesario, rescribir la ecuación 4.10 como:

$$Y = AX + C \quad (4.11)$$

Donde:

$$X = D = h, \quad Y = \left( \frac{1}{\sigma_{Nu}^2} \right), \quad Bf'_t = \frac{1}{\sqrt{C}}, \quad D_0 = \frac{C}{A}$$

Para realizar la regresión lineal, se utilizan los valores mostrados en la *tabla 4-4*. En la figura 4.13 se visualiza gráficamente el resultado de realizar este proceso y en la *tabla 4-5* se indica los parámetros obtenidos del análisis estadístico (solo para la serie B).

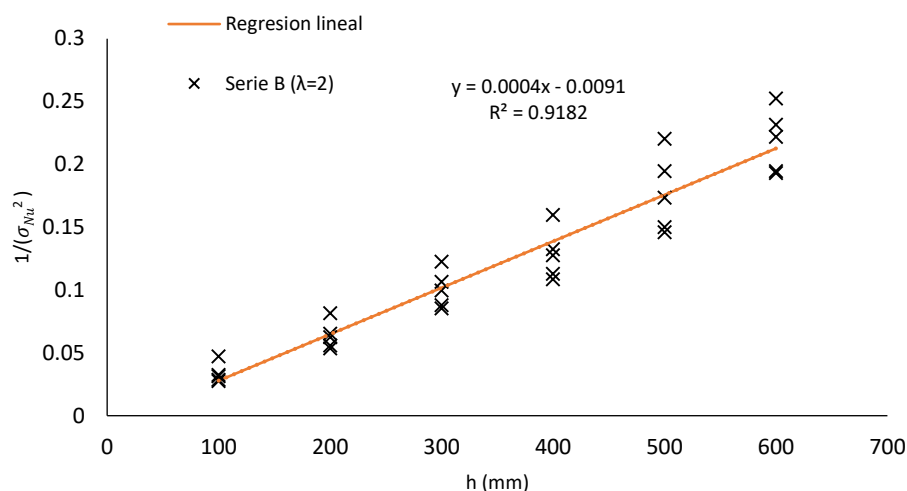


Figura 4.13: Regresión lineal de resultados numéricos (serie B)

Tabla 4-5: Resultados numéricos y regresión lineal

Especimen	Hormigón	D=H (mm)	$\sigma_{Nu}$ (MPa)	X (mm)	Y (Mpa <sup>-2</sup> )	XY	X2	Y2	A	C	R2	Bft (Mpa)	D0(mm)
1	H25/20	100	4.61	100	0.05	4.71	10000	0.00	0.00037	-0.0091	0.918	10.48	24.62
2		200	3.50	200	0.08	16.33	40000	0.01					
3		300	2.86	300	0.12	36.79	90000	0.02					
4		400	2.50	400	0.16	63.95	160000	0.03					
5		500	2.13	500	0.22	110.18	250000	0.05					
6		600	1.99	600	0.25	151.51	360000	0.06					
7	H40/12	100	5.55	100	0.03	3.25	10000	0.00					
8		200	3.91	200	0.07	13.08	40000	0.00					
9		300	3.06	300	0.11	31.94	90000	0.01					
10		400	2.75	400	0.13	52.98	160000	0.02					
11		500	2.27	500	0.19	97.32	250000	0.04					
12		600	2.08	600	0.23	138.88	360000	0.05					
13	H40/20	100	6.01	100	0.03	2.77	10000	0.00					
14		200	4.32	200	0.05	10.74	40000	0.00					
15		300	3.42	300	0.09	25.60	90000	0.01					
16		400	3.03	400	0.11	43.47	160000	0.01					
17		500	2.62	500	0.15	73.00	250000	0.02					
18		600	2.28	600	0.19	115.91	360000	0.04					
19	H60/12	100	5.63	100	0.03	3.15	10000	0.00					
20		200	4.00	200	0.06	12.47	40000	0.00					
21		300	3.17	300	0.10	29.89	90000	0.01					
22		400	2.80	400	0.13	51.09	160000	0.02					
23		500	2.40	500	0.17	86.78	250000	0.03					
24		600	2.12	600	0.22	133.20	360000	0.05					
25	H60/20	100	5.91	100	0.03	2.86	10000	0.00					
26		200	4.24	200	0.06	11.15	40000	0.00					
27		300	3.37	300	0.09	26.36	90000	0.01					
28		400	2.98	400	0.11	45.11	160000	0.01					
29		500	2.58	500	0.15	75.03	250000	0.02					
30		600	2.27	600	0.19	116.70	360000	0.04					

Al utilizar los parámetros determinados, la expresión de la tensión nominal extendida tiene la siguiente forma:

$$\sigma_{Nu,B} = \frac{10.48}{\sqrt{1 + h/24.62}} \text{ (MPa)} \quad (4.12)$$

Nuevamente, para representar el efecto tamaño es necesario obtener la variación de esta tensión respecto a un tamaño de referencia ( $h_{ref} = 208 \text{ mm}$ ):

$$\xi_B = \frac{\frac{10.48}{\sqrt{1 + h/24.62}}}{\frac{10.48}{\sqrt{1 + 208/24.62}}} = \frac{3.1}{\sqrt{1 + h/24.6}} \quad (4.13)$$

Por último, recordar que el tamaño  $h$  se puede poner en función del canto de la viga de hormigón. Por tanto, la expresión final es:

$$\xi_B = \frac{3.1}{\sqrt{1 + \varphi_{simp}d/24.6}} \quad (4.14)$$

El mismo procedimiento se puede realizar para determinar el efecto tamaño en la serie C. Su incidencia queda definida por la siguiente expresión:

$$\xi_C = \frac{2.6}{\sqrt{1 + \varphi_{simp}d/35.3}} \quad (4.15)$$

Ambas expresiones producen respuestas prácticamente idénticas, por lo que son intercambiables. Por tanto, se propone utilizar como expresión única la determinada para la serie B. De esta manera, la formulación para el efecto tamaño según la ecuación de Bazant para el ensayo propuesto es:

$$\xi_2 = \frac{3.1}{\sqrt{1 + \varphi_{simp}d/24.6}} \quad (4.16)$$

#### 4.7 Aplicación de las formulaciones del efecto tamaño al modelo mecánico de Mari/Cladera.

En los apartados anteriores, se determinaron a partir de los resultados numéricos dos formulaciones para el efecto tamaño. La primera ( $\xi_1$ ), se obtuvo al examinar la variación de resistencia nominal en la serie B y se propuso una expresión de tipo exponencial. La segunda ( $\xi_2$ ), se basó en la fórmula de Bažant la cual describe una transición entre el comportamiento plástico y el LEFM. De esta manera, las ecuaciones obtenidas fueron:

$$\xi_1 = \frac{16}{(\varphi_{simp} d)^{0.52}}$$

$$\xi_2 = \frac{3.1}{\sqrt{1 + \varphi_{simp} d / 24.6}}$$

En la figura tal se representa las formulaciones del efecto tamaño  $\xi_1$  y  $\xi_2$  en conjunto con la de Mari/Cladera y Zararis.

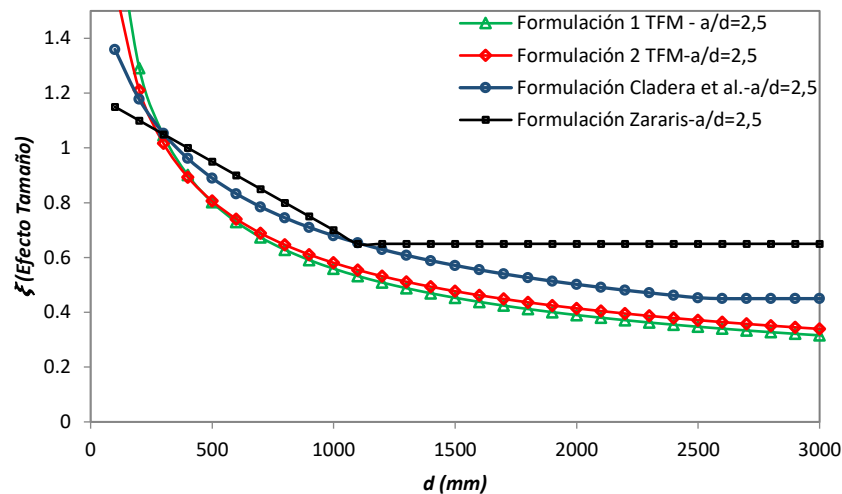


Tabla 4-6: Representación de los diferentes efectos tamaños

Con motivo de validar ambas formulaciones, se implementó estos nuevos efectos tamaños en el modelo mecánico de Mari/Cladera y se comparó la respuesta producida ante una base de datos producida por el ACI la cual cuenta con 784 vigas que presentan fallas del tipo estudiada en esta TFM. Además, se presenta un contraste entre el desempeño del modelo modificado y los resultados que presenta las ecuaciones del ACI-318 y el EC2.

El parámetro de comparación es la ratio  $V_{u,exp}/V_{u,predicha}$ . En base a este, se determinan aspectos estadísticos de importancia que permiten evaluar que tan certero es el modelo mecánico. Dichos aspectos son: la media, desviación estándar, varianza, covarianza, máximo y mínimos y percentiles del 5 y 95%.

A modo de recordatorio, a continuación, se muestran las diferentes expresiones de cada uno de los modelos mecánicos que se compararan.

$$V_{cu,Mari} = 0,3\xi \frac{x}{d} f_{cd}^{2/3} b_{v,eff} d ; \quad \xi = 2 / \sqrt{1 + \frac{d_0}{200} \left(\frac{d}{a}\right)^{0,2}} \leq 0,45$$

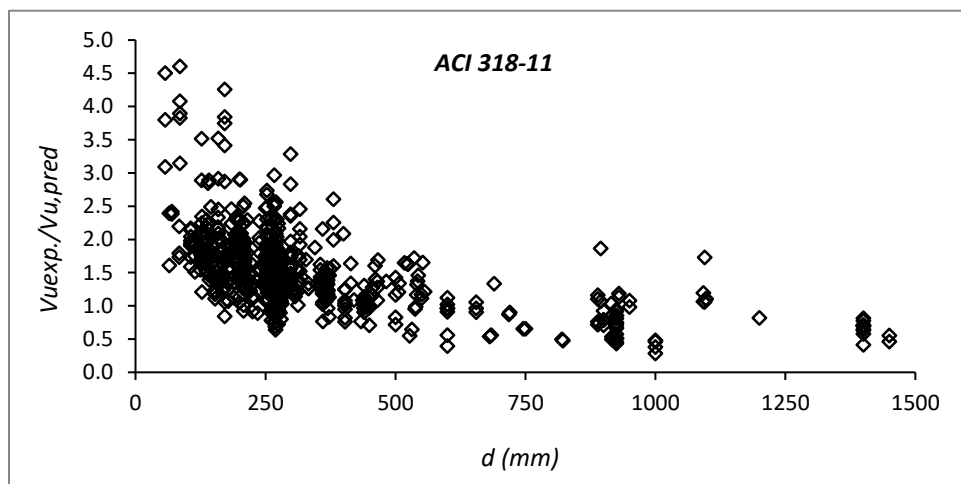
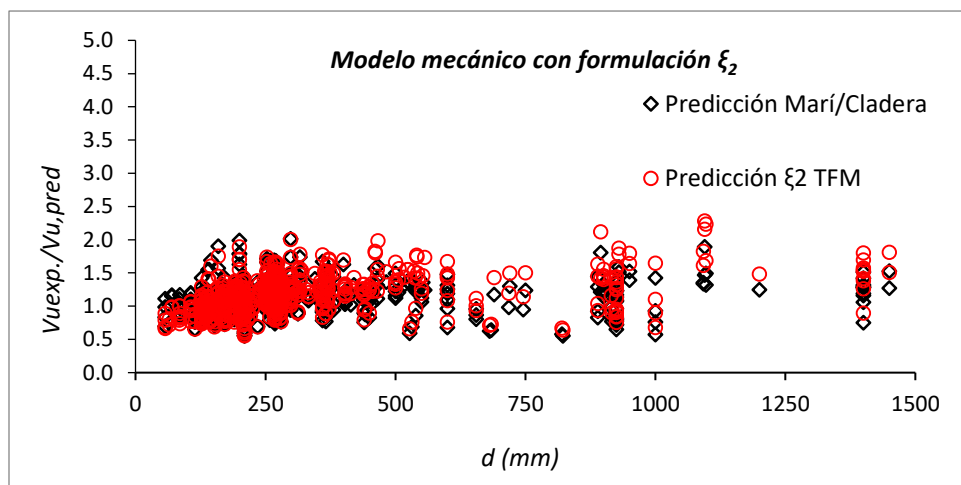
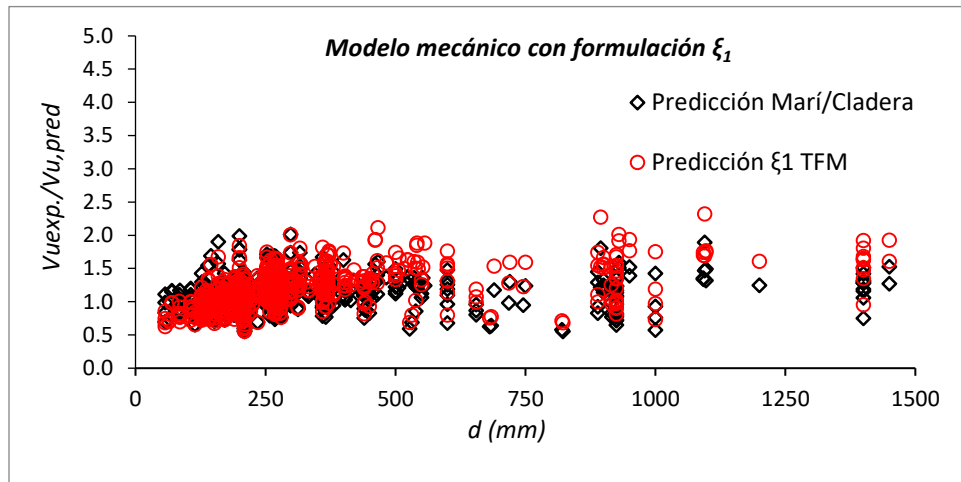
$$V_{c,EC2} = (0,18k^3 \sqrt{100 \cdot \rho_L \cdot f_c} + 0,15\sigma_{cd}) b \cdot d \leq V_{max}$$

$$V_{c,ACI} = 0,166 \sqrt{f'_c \cdot b_w \cdot d} \quad (4.17)$$

En la tabla 4-6 queda resumido los resultados obtenidos para cada uno de los casos estudiados. De igual manera, en la figura 4.14 se presenta de manera gráfica dichos resultados. Cabe destacar que en ninguno de los modelos mecánicos evaluados se consideró los coeficientes de seguridad.

Tabla 4-7: Cuadro de resumen del desempeño de los modelos mecánicos

784 Vigas sin estribos (Base de Datos ACI-DafStb)						
$V_{u,exp}/V_{u,pred}$	Modelo Mecánico Mari/Cladera				EC2	ACI 318-11
	$\xi_{Mari/Clad}$	$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi = 1$		
Media	1.12	1.20	1.18	1.11	1.10	1.51
Desv. Estándar	0.22	0.27	0.25	0.26	0.31	0.58
Varianza	0.05	0.07	0.06	0.07	0.09	0.34
CoV (%)	0.19	0.23	0.21	0.23	0.28	0.38
Mínimo	0.55	0.55	0.56	0.40	0.40	0.29
$V_{u,exp}/V_{u,pred}_{5\%}$	0.77	0.76	0.78	0.70	0.59	0.70
Máximo	2.01	2.32	2.16	2.27	3.18	5.10
$V_{u,exp}/V_{u,pred}_{95\%}$	1.51	1.68	1.65	1.54	1.60	2.41



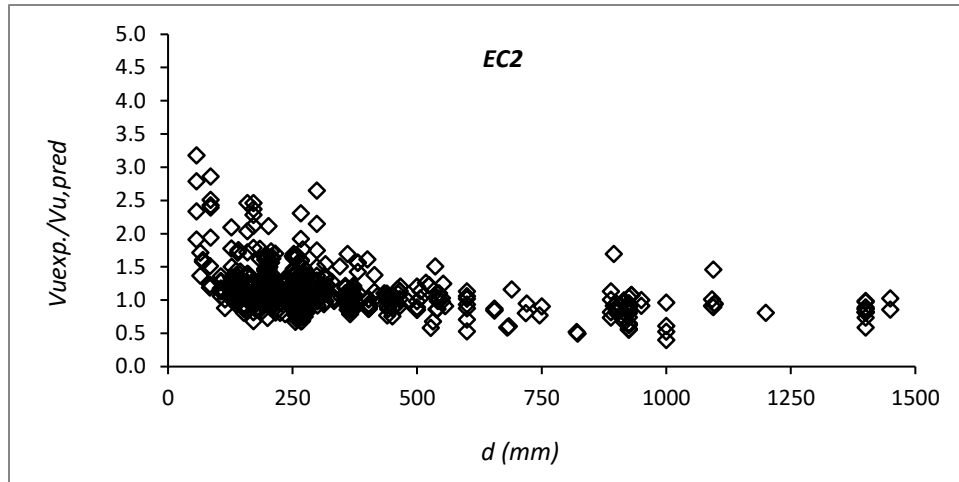


Figura 4.14: Predicción de los diferentes modelos mecánicos

Se puede apreciar en las gráficas anteriores, que los resultados obtenidos al aplicar las formulaciones del efecto tamaño determinadas en este TFM al modelo mecánico de cortante de Marí/Cladera son satisfactorios. En general, dicho modelo al utilizar su propia expresión de efecto tamaño presenta mejores resultados en todos los parámetros estadísticos de importancia.

El efecto principal que se suscita al implementar las ecuaciones propuestas, es un aumento en la relación  $V_{u,exp}/V_{u,pred}$  dando esto como resultados que tanto la media, la covarianza y los valores relacionados al percentil del 95% experimente un incremento significativo al compararlo con la formulación actual. Como consecuencia del aumento antes mencionado, la cantidad de vigas que se pueden considerar como inseguras (resultados menores a la unidad) disminuye al aplicar las ecuaciones 4.9 y 4.16. En específico, con la formulación actual de Marí/Cladera el número de elementos inseguros es de 208 representado esto un 27% del universo de datos ensayados. Con la aplicación de  $\xi_1$  y  $\xi_2$  esta cantidad disminuye a un 24%.

Por otra parte, no se aprecia un incremento significativo en la cantidad de resultados conservadores (mayores a 2). Tanto en el modelo original como el modificado con  $\xi_1$  y  $\xi_2$  presentan resultados que reflejan un porcentaje menor a la unidad de las 784 vigas evaluadas.

En cuanto a los modelos del eurocódigo (EC2) y el ACI-318 se aprecia que muestran resultados muy conservadores para tamaños pequeños de probetas resultando esto en diseños más restrictivos económicamente. Además, los parámetros estadísticos evaluados no presentan una mejoría con respecto al modelo de Marí/Cladera sea bien utilizando su formulación de efecto tamaño o las propuestas por en el TFM.



## 5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS

En el presente Trabajo de Fin de Master se estudió numéricamente la influencia del efecto tamaño en la cabeza de compresión de vigas esbeltas de hormigón armados sin refuerzo transversal mediante el método de elementos finitos. Para ello se ha ideado un ensayo de tracción indirecta híbrido en donde el elemento que simula la cabeza de compresión se ve sometido a esfuerzos tangenciales localizados en el alrededor del centro de su geometría.

El llevar a cabo este estudio es importante debido a que la omisión de este fenómeno en los modelos mecánicos de cortante conlleva a situaciones de peligro y posible colapso de estructuras.

En los materiales cuasifrágiles como el hormigón, la teoría que capta de mejor manera la incidencia del efecto tamaño en la resistencia de diferentes elementos es la determinada por Bažant al aplicar los conceptos de la mecánica de fractura.

Como parte del estudio numérico, se utilizaron los conceptos de la fisura cohesiva y la fisura distribuida para la evaluación de las cargas últimas alcanzadas por las probetas ensayadas. Ambos métodos presentan una capacidad de predicción adecuada en la estimación de esta y también en la evolución de la apertura de fisura.

Para probetas con esbelteces igual a la unidad, se observó que el método de la fisura cohesiva se acercaba más a la realidad mientras que para mayores esbelteces, ambos métodos producían respuestas similares. La razón por la cual para esbelteces menores la fisura distribuida presentaba resultados más alejados a los experimentales se puede deber a que la zona de reblandecimiento sea mayor que la considerada en un principio en el modelo numérico.

Por otra parte, basado en los conceptos del modelo mecánico de Zararis se determinó una formulación teórica capaz de evaluar la longitud de la fisura crítica que discurre por la cabeza de compresión de vigas esbeltas de hormigón. Utilizando esta expresión, y asimilando la extensión del elemento analizado al de la cabeza de compresión de vigas esbeltas de hormigón armado se obtuvo que las geometrías que se deben evaluar tienen que poseer una esbeltez entre 2 y 4.

En cuanto al análisis de resultado y el estudio de la influencia de los parámetros (mecánicos y geométricos) considerados, se puede comentar que los que presentan mayor incidencia en el resultado final son la altura de la probeta y la esbeltez de la misma.

Se apreció (como se esperaba) que las cargas últimas alcanzadas aumentaban a medida que el tamaño de la probeta era mayor. Sin embargo, este aumento no es proporcional por lo que queda evidenciado la presencia de algún tipo de efecto tamaño.

La esbeltez fue el parámetro más determinante en el comportamiento global de los elementos. A medida que aumentaba la esbeltez mayor era la carga última obtenida, aunque como se mencionó en el caso del tamaño de la probeta, este incremento no era proporcional. Además, la variación de esbeltez se manifestó como un cambio del modo de iniciación de colapso del elemento. Para esbelteces igual a la unidad, la fractura se iniciaba por la entalla mientras que para las geometrías con esbeltez más elevada dicha falla se generaba en un principio por el punto de aplicación de carga.

Los parámetros mecánicos de la resistencia a compresión y el tamaño máximo del árido, no parecen jugar un rol muy preponderante. Para hormigones con diferentes TMA, la carga última obtenida fue prácticamente similar. En cuanto a la resistencia a compresión, en un inicio si que se experimenta un aumento en la capacidad de carga de las probetas, pero para hormigones con resistencias de 40 y 60 MPa los resultados no variaron considerablemente. Sin embargo, no se puede decir definitivamente que la incidencia de este parámetro es mínima ya que los hormigones fabricados en la realidad no desarrollaron las resistencias esperadas.

Finalmente, las formulaciones del efecto tamaño determinadas en la presente TFM mediante la aplicación de una ley exponencial y la formula modificada de Bažant al modelo mecánico de cortante propuesto por Marí, presentan un comportamiento considerado como adecuado.

Ambas expresiones predicen un efecto tamaño ligeramente mayor que el determinado por la mecánica de fractura lineal. Sin embargo, al evaluar los resultados del modelo de cortante de Marí con las formulas propuestas el resultado global de las resistencias predichas tienden a ser un poco más conservadoras. De esta manera, se experimenta una disminución en la cantidad de vigas consideradas como inseguras dentro de la base de datos utilizada.

## 6. Bibliografía

- [1] M. C. ELICES, «El aumento de la fragilidad con el tamaño en estructuras de hormigón,» *Informes de la construcción*, vol. 50, nº 456, pp. 71-79, 1998.
- [2] Q. Yu, J. Liang, M. Hubler, R. Wendner, G. Cusatis y Z. Bažant, «Comparison of Main Models for Size Effect on Shear Strength of Reinforced and Prestressed Concrete Beam,» Ernst & Sohn, Berlin, 2016.
- [3] Q. Yu, «Size Effect and Design Safety in Concrete Structures under Shear,» Doctor of Philosophy, NORTHWESTERN UNIVERSITY, 2007.
- [4] W. Ghannoum , «SIZE EFFECT ON SHEAR STRENGTH OF REINFORCED CONCRETE BEAMS,» Master, McGill University, 1998.
- [5] Z. Bažant, J. Liang Le y Q. Yu, «Quasibrittle Size Effect: Problems and Progress,» de *12th International Conference on Fracture*, Ottawa, 2009.
- [6] Z. Bažant y E.-P. Chen, «Scaling of structural failure,» *American Society of Mechanical Engineers*, vol. 50, nº 10, pp. 593-596, 1997.
- [7] Z. Bažant, «Size effect on structural strength: a review,» *Archive of Applied Mechanics*, vol. 69, pp. 703-725, 1999.
- [8] Z. Bažant, «SCALING LAWS IN MECHANICS OF FAILURE,» *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 119, nº 9, pp. 1828-1844, 1993.
- [9] A. Hillerborg, M. Modeer y P. Petersson, «ANALYSIS OF CRACK FORMATION AND CRACK GROWTH IN CONCRETE BY MEANS OF FRACTURE MECHANICS AND FINITE ELEMENTS,» *CEMENT and CONCRETE RESEARCH*, vol. 6, pp. 773-782, 1976.
- [10] RILEM.
- [11] Z. Bažant, «FRACTURE SIZE EFFECT: REVIEW OF EVIDENCE FOR CONCRETE STRUCTURES,» *Journal of Structural Engineering*, vol. 120, pp. 2377-2398, 1994.
- [12] Z. Bažant y J. Planas, *FRACTURE AND SIZE EFFECT in Concrete and Other Quasibrittle Materials*, Florida: CRC Press LLC, 1998.
- [13] X. AN, K. Maekawa y H. Okamura, «NUMERICAL SIMULATION OF SIZE EFFECT IN SHEAR STRENGTH OF RC BEAMS,» *Journal of Concrete Structures and Pavements.*, vol. 35, nº 564, pp. 297-136, 1997.
- [14] Z. Bažant y Q. Yu, «Size Effect in Fracture of Concrete Specimens and Structures: New Problems and Progress,» *Acta Polytechnica*, vol. 44, nº 5, pp. 7-15, 2004.
- [15] J. OŽBOLT, R. ELIGEHAUSEN y M. PETRANGELI, *THE SIZE EFFECT IN CONCRETE STRUCTURES*, Londres: E & FN Spon, 1994.

- [16] I. Ragip, Y. Senem y G. Mesut, «Size effect in splitting diagonal cubes,» de *2nd International Balkans Conference on Challenges of Civil Engineering*, Tirana, Albania, 2013.
- [17] Z. Bažant, «FRACTURING TRUSS MODEL: SIZE EFFECT IN SHEAR FAILURE OF REINFORCED CONCRETE,» *JOURNAL OF ENGINEERING MECHANICS*, vol. 123, nº 12, pp. 1276-1288, 1997.
- [18] E. Cuenca, «Análisis y formulación de cálculo del cortante,» Madrid, 2008.
- [19] M. . S. Al-Zoubi, «Diagonal Cracking Capacity and Ultimate Shear Strength of Slender RC Beams without Web Reinforcement,» *Jordan Journal of Civil Engineering*, vol. 8, nº 1, pp. 97-112, 2014.
- [20] Z. Bažant y J.-K. Kim, «Size Effect in Shear Failure of Longitudinally Reinforced Beams,» *ACI Journal*, vol. 81, nº 38, pp. 456-468, 1984.
- [21] Z. Bažant y H.-H. Sun, «Size Effect in Diagonal Shear Failure: Influence of Aggregate Size and Stirrups,» *ACI Journal*, vol. 84, nº 27, pp. 259-272, 1987.
- [22] Q. Yu y Z. Bazant, «Can Stirrups Suppress Size Effect on Shear Strength of RC Beams?,» *JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING* , vol. 137, nº 5, pp. 607-617, 2011.
- [23] Z. Bažant y M. Kazemi, «Size Effect on Diagonal Shear Failure of Beam without Stirrups,» *ACI Journal*, vol. 88, nº 29, pp. 268-276, 1991.
- [24] P. Zararis y G. Papadakis, «Diagonal Shear Failure and Size Effect in RC Beams without Web Reinforcement,» *Journal of Structural Engineering*, vol. 127, nº 7, pp. 733-742, 2001.
- [25] Fib, Model Code for Concrete Structures, Laussane, Berlin: Ernst & Sohn, 2010.
- [26] V. Sigrist, E. Bentz , M. Fernández, S. Foster y A. Muttoni, «Background to the fibModel Code 2010 shear provisions – part I: beams and slabs,» *Structural Concrete*, vol. 14, nº 3, pp. 195-203, 2013.
- [27] EHE-08, Instrucción del Hormigón Estructural, Ministerio de Fomento, 2011.
- [28] EN, Eurocode 2: Design of Concrete Structures, CEN, 2004.
- [29] ACI, Building Code Requirements for Structural Concrete, Farmington Hills, 2011.
- [30] A. Cladera, A. Marí, J. Bairán, C. Ribas, E. Oller y N. Duarte, «The compression chord capacity model for the shear design and assessment of reinforced,» Ernst & Sohn, 2016.
- [31] C. Rocco, G. Guinea, J. Planas y M. Elices, «Size effect and boundary conditions in the Brazilian test: Experimental verification,» *Materials and Structures*, vol. 32, pp. 210-217, 1999.

- [32] C. Rocco, G. Guinea, J. Planas y M. Elices, «Size effect and boundary conditions in the brazilian test: theoretical analysis,» *Materials and Structures*, vol. 32, pp. 437-444, 1999.
- [33] Z. Bažant, M. Kazemi, T. Hasegawa y M. Mazars, «Size Effect in Brazilian Split-Cylinder Tests: Measurements and Fracture Analysis,» *ACI MATERIALS JOURNAL*, vol. 88, nº 40, pp. 325-332, 1991.
- [34] S. Eliasson y A. Lundberg, «Investigation and Comparison of Cohesive Zone Models for Simulation of Crack Propagation,» 2015.
- [35] R. Graffe y D. Linero, «Simulación numérica del proceso de fractura en modo I de vigas de concreto con trayectoria de fisuración conocida mediante un modelo discreto de fisura cohesiva,» *Revista Ingeniería de Construcción*, vol. 25, nº 3, pp. 399-418, 2010.
- [36] J. Planas y M. Elices, «FRACTURA DEL HORMIGÓN EN RÉGIMEN NO LINEAL INTENTOS PARA MEDIR LA ENERGÍA DE FRACTURA GF,» *Informes de la Construcción*, vol. 37, nº 372, pp. 35-52, 1985.
- [37] S. KUMAR y S. BARAI, «Effect of softening function on the cohesive crack fracture parameters of concrete CT specimen,» *Sadhana*, vol. 34, nº 6, pp. 987-1015, 2009.
- [38] J. Alfaiate y E. Pires, *A discrete crack numerical model*, Lisboa: ResearchGate, 2017.
- [39] J. Teichman y J. Bobinski, *Continuous and Discontinuous Modelling of Fracture in Concrete Using FEM*, New York: Springer, 2013.
- [40] A. Marí, J. Bairán, A. Cladera, E. Oller y C. Ribas, «Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams,» *Structure and Infrastructure Engineering*, pp. 3-21, 2014.